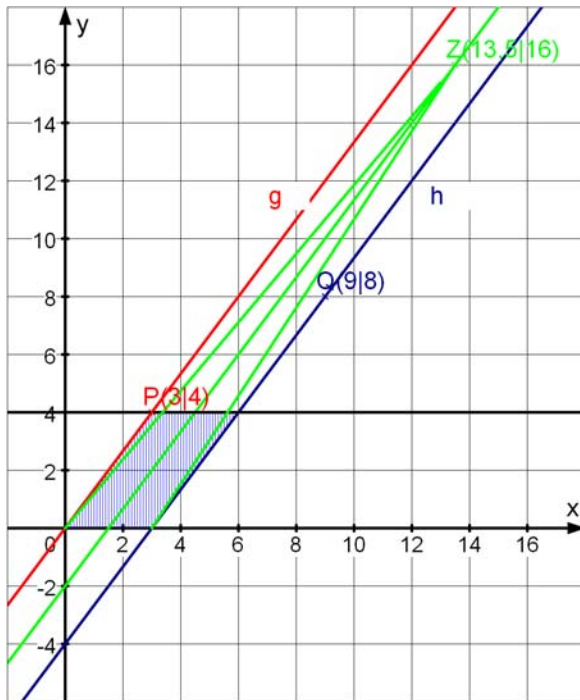


1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

Aufgabe 1



- a. $g : y = \frac{4}{3}x$
 $h : y = \frac{4}{3}x - 4$
- b. $A = 3 \cdot 4 = 12\text{FE}$
 $U = 2 \cdot (3 + \sqrt{9+16}) = 16\text{LE}$
- c. Bestimmung von $Z(13,5|16)$

Mittelparallele $m : y = \frac{4}{3}x - 2$

Ansatz für die Höhe h des Dreiecks
(y-Wert des Punktes Z)

$$24 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot h \quad ; \quad h = 16$$

x-Wert des Punktes Z

$$16 = \frac{4}{3}x - 2 \quad ; \quad x = 13,5$$

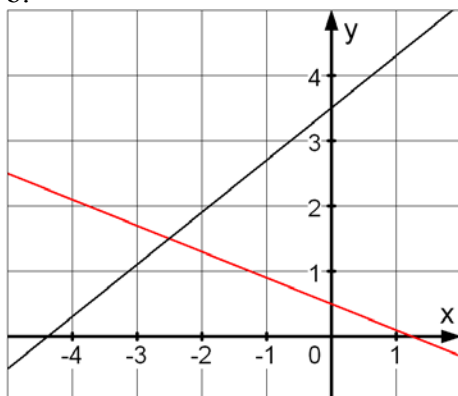
Auch andere Ansätze möglich.

Aufgabe 2

Bluse b	I	$b = 2h + 10,50$	Lösung:	$h = 49,95\text{€}$
Hose h	II	$b + h = 160,35$		$b = 110,40\text{€}$

2. Systeme linearer Gleichungen

b.



Aufgabe 1

- a. $x = -2,5 \quad ; \quad y = 1,5$
- b. I) $y = -0,4x + 0,5$
II) $y = 0,8x + 3,5$
- c. $x = 0,5 \quad ; \quad y = -0,5$
- d. $x = -\frac{1}{5} \quad ; \quad y = -\frac{3}{k} \quad ; \quad k \neq 0$

Aufgabe 2

a. Wasser x, Bier y, Wein z

$$\text{Ansatz : I) } x + y + z = 178 \quad \text{mit } y = 2x \text{ ergibt sich } \begin{array}{l} x + 2x + z = 178 \\ 3x + z = 178 \end{array}$$

$$\text{II) } 2,20 \cdot x + 2x \cdot 1,40 + z \cdot 10,10 = 456,90 \\ 5x + 10,10z = 456,90$$

$$\text{Wasser } x = 53 \quad ; \quad \text{Bier } y = 106 \quad ; \quad \text{Wein } z = 19$$

b. zwei Achsen: x, vier Achsen: y

$$\text{Ansatz : I) } 2x + 4y = 58$$

$$\text{II) } x + y = 21 \quad \quad \quad x = 13 \quad ; \quad y = 8$$

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Berechne möglichst einfach. Schreibe alle Umformungen auf.

$$1. \sqrt{0,5} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{16} = 4 \quad 2. \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{64} = 8 \quad 3. \sqrt{\frac{125}{x^2}} : \sqrt{\frac{64y^2}{5}} = \frac{25}{8|xy|}$$

b. Ziehe teilweise die Wurzel. Schreibe alle Umformungen auf.

$$1. \sqrt{1331} = 11\sqrt{11} \quad 2. \sqrt{1,69x^3y} = 1,3x\sqrt{xy}$$

c. Mache den Nenner rational. Schreibe alle Umformungen auf.

$$1. \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{60}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad 2. \frac{5a\sqrt{a}}{\sqrt{25a}} = a$$

Aufgabe 2

$$a. \sqrt{x+3} = 9-x \quad ; \quad x = 6$$

$$b. 3 \cdot (x-2) = x+1 + \sqrt{x+4} \quad ; \quad x = 5$$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

a. Parabel 1: $N_1(-2|0)$, $N_2(3|0)$

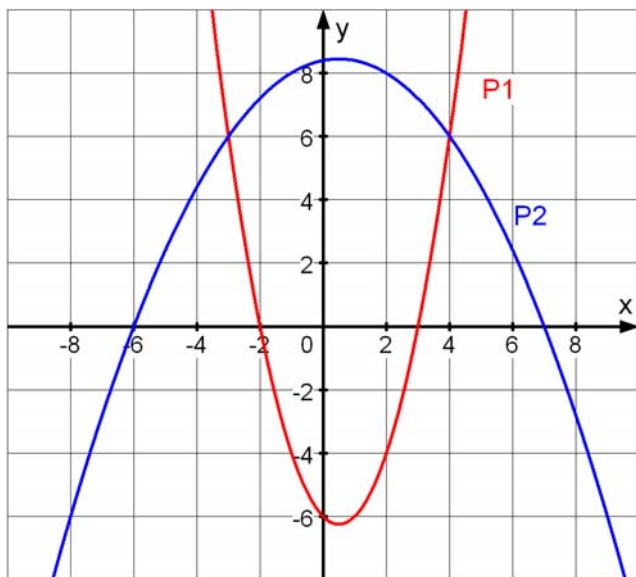
Parabel 2: $N_3(-6|0)$, $N_4(7|0)$

b. Scheitelpunkt $E_1(0,5|-6,25)$

$E_2(0,5|8,45)$

c. nächste Seite

d. $S_1(-3|6)$, $S_2(4|6)$



Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen können wir mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, mit der pq-Formel oder mit der abc-Formel lösen.

abc-Formel

$$a x^2 + b x + c = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

pq-Formel

$$x^2 + p x + q = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Gegeben ist nun die quadratische Gleichung $2 x^2 + 28 x + 90 = 0$.

a. Löse die Gleichung mit der abc-Formel.

$$a = 2$$

$$b = 28$$

$$c = 90$$

b. Löse die Gleichung mit der pq-Formel. Bringe die Gleichung zuerst auf die Normalform.

Normalform : $x^2 + 14 x + 45 = 0$

$$p = 14$$

$$q = 45$$

Lösung: $x_1 = -5$; $x_2 = -9$

Aufgabe 3

a. $x_1 = -14$; $x_2 = -5$

b. $y_1 = -31$; $y_2 = 6$

Aufgabe 4

Ansatz: $(a + 1)^3 = a^3 + 217$, Lösung: $a_1 = 8$ [$a_2 = -9$ hat keine praktische Bedeutung]

5. Potenzen

Aufgabe 1

a. $6,6 \cdot 3^{11}$ b. $3,4^7$ c. 2^{-21} d. $m^{22,5a^2b^2}$ e. 10^{abc}

f. $\dots = \frac{6^{4k}}{125^{4k}} : \frac{12^{4k}}{5^{4k}} = \left(\frac{1}{50}\right)^{4k} = 50^{-4k}$

g. $\dots = (u + v) \sqrt[3]{(u+v)} + \sqrt[3]{(u-v)^2 (u+v)(u-v)} = (u + v) \sqrt[3]{(u+v)} + (u - v) \sqrt[3]{(u+v)}$
 $= (u + v + u - v) \sqrt[3]{(u+v)} = 2u \sqrt[3]{(u+v)}$

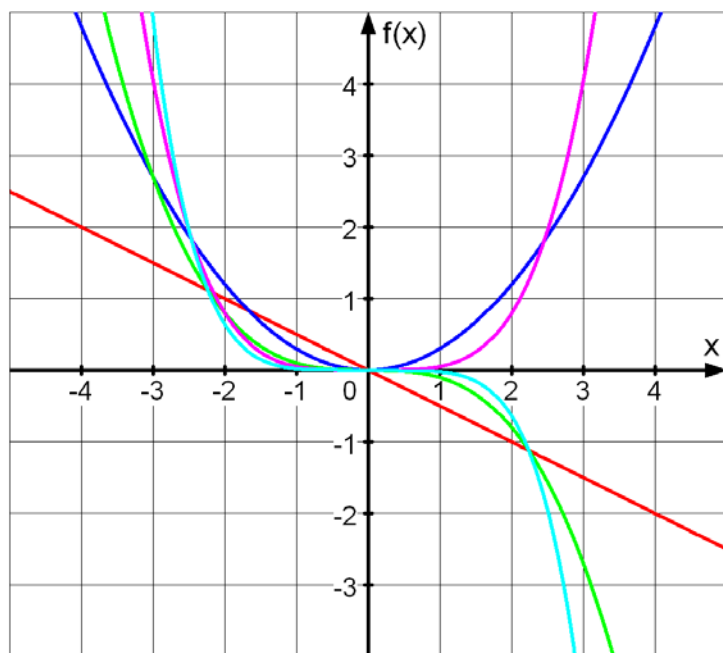
Aufgabe 2 : a. b^{8-y} b. $\frac{(3x^2 - 12)^3}{27(x - 2)^3} = \frac{3^3 (x^2 - 4)^3}{3^3 (x - 2)^3} = (x + 2)^3$

Text zu a: Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.

Aufgabe 3 : $\frac{1,83 \cdot \sqrt[3]{17,1} - 2,8^{0,2}}{(\sqrt[4]{10,5 - 3})^2 + 0,72} = 1,614(070578)$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen

Aufgabe 1

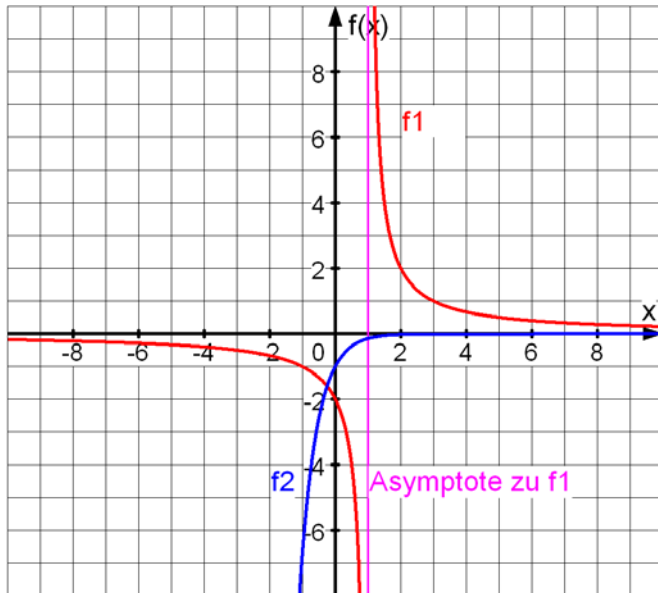


b. Eigenschaften der Funktionen nach Lehrbuch.

Aufgabe 2

Gegeben sind die Funktionen f_1 mit $f_1(x) = \frac{2}{x-1}$ und f_2 mit $f_2(x) = -0,15^x$.

a. Definitionsmengen f_1 : $D_1 = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ f_2 : $D_2 = \mathbb{R}$



c. Verhalten von f_1

$$f_1(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \pm \infty$$

$$f_1(x) \rightarrow -\infty \text{ für } x \rightarrow 1 \text{ und } x < 1$$

$$f_1(x) \rightarrow +\infty \text{ für } x \rightarrow 1 \text{ und } x > 1$$

Verhalten von f_2

$$f_2(x) \rightarrow -\infty \text{ für } x \rightarrow -\infty$$

$$f_2(x) \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow +\infty$$

f_1 : Vertikale Asymptote bei $x = 1$

f_1 und f_2 : Die x-Achse ist horizontale Asymptote für beide Schaubilder.

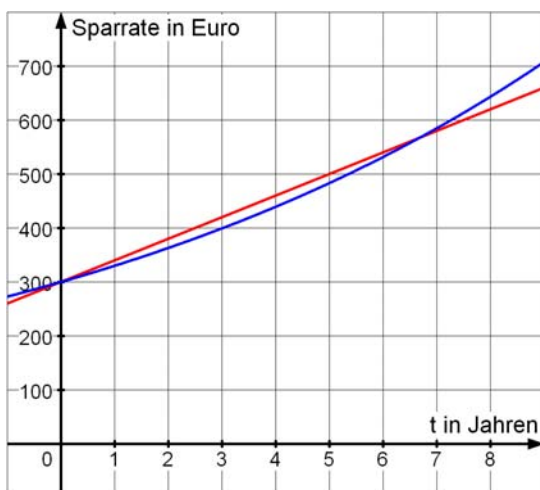
7. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

- a. 215 % $q = 3,15$ c. eine Zunahme um drei Fünftel $q = 1,6$
 b. 0,2 % $q = 1,002$ d. eine Abnahme um zwei Drittel $q = \frac{1}{3}$

Aufgabe 2

- a. Annika: $A(t) = 300 + 40t$; Lisa: $L(t) = 300 \cdot 1,1^t$ t in Jahren
 (lineares Wachstum) (exponentielles Wachstum)



b. Gleiche Sparrate : In der 12. Klasse

$$t \approx 6,69$$

c. Klasse 10:

Annika: 2400€ ; Lisa: 2314,68€

Abitur:

Annika: 4140€ ; Lisa: 4073,84€

d. Annika: $300 + 40t = 3000$; $t = 67,5$

Lisa: $300 \cdot 1,1^t = 3000$; $t = 24,16$

8. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

- a. $x = 2,8099$ b. $x = -3,1215$ c. $x = 2,5357$ d. $x = 1,2680$
e. $\lg(2 + 1,8x) = 1,7$; $2 + 1,8x = 10^{1,7}$; ... $x = 26,7326$
f. $\lg(x^2 - x) - \lg(x - 1) = 2$; $\lg \frac{x(x-1)}{x-1} = 2$; $\lg x = 2$; $x = 100$

Aufgabe 2

- a. Halbwertszeit : Zeit, in der die Hälfte eines radioaktiven Stoffes zerfallen ist.
b. Ansatz : $\frac{1}{2} m_0 = m_0 \cdot q^{1600}$; $q = \sqrt[1600]{\frac{1}{2}} = 0,999567$
c. $m(2008) = 41,90\text{g}$; $m(-10000) = 7610,9\text{g}$
c. Ansatz : $2^{-\frac{t}{1600}} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1600}}\right)^t$
 $= \left(2^{-1}\right)^{\frac{1}{1600}t}$ Multiplizieren der Exponenten
 $= 2^{-\frac{t}{1600}}$

9. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

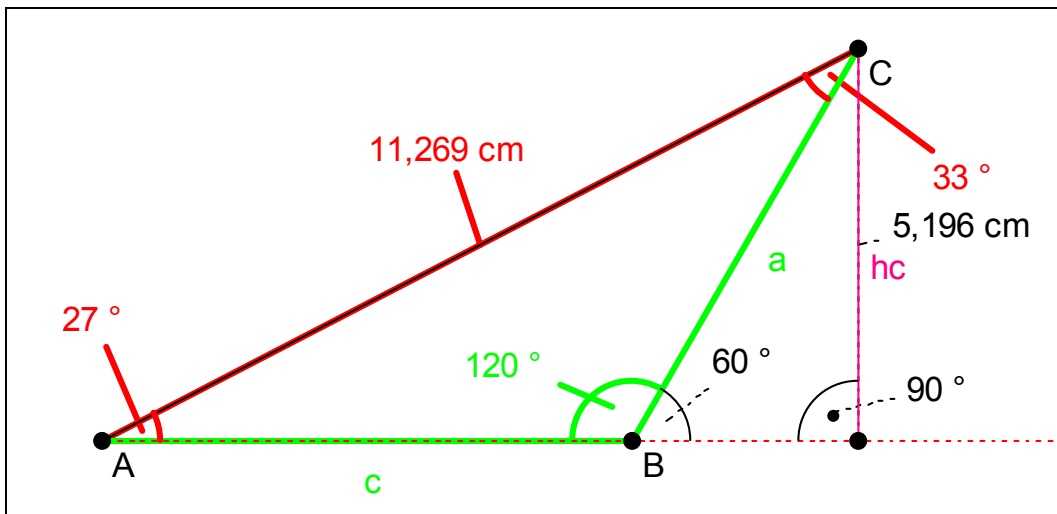
- Radius r des Kegels: $r = 2,52\text{cm}$
Grundseitenlänge a der Pyramide: $2a^2 = (2r)^2$; $a = 3,57\text{cm}$
Seitenkante s_{Pyr} der Pyramide: $s_{\text{Pyr}}^2 = h_{\text{Pyr}}^2 + r^2$; $s_{\text{Pyr}} = 4,73\text{cm}$
Höhe eines Seitendreiecks h_1 : $h_1 = 4,38\text{cm}$
Höhe des Kegels h_{Kegel} : $h_{\text{Kegel}} = 8\text{cm}$
Volumen der Pyramide V_{Pyr} : $V_{\text{Pyr}} = 16,99\text{cm}^3$
Volumen des Kegels V_{Kegel} : $V_{\text{Kegel}} = 53,33\text{cm}^3$; Volumen V des Körpers: $V = 70,23\text{cm}^3$
Mantel der Pyramide M_{Pyr} : $M_{\text{Pyr}} = 4 \cdot A_{\text{Seitendreieck}}$; $M_{\text{Pyr}} = 31,27\text{cm}^2$
Kegelmantel M_{Kegel} : $M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r \cdot s_{\text{Kegel}}$ mit $s_{\text{Kegel}}^2 = h_{\text{Kegel}}^2 + r^2$; $M_{\text{Kegel}} = 66,40\text{cm}^2$
Oberfläche O: $O = M_{\text{Pyr}} + M_{\text{Kegel}} + A_{\text{rest}}$; $A_{\text{rest}} = 7,26\text{cm}^2$; $O = 104,93\text{cm}^2$

Aufgabe 2

- a. Volumen V: $V = 827,024$ Liter
b. Gesamtmasse M: $M = 595,46\text{kg} + 10\text{kg} = 605,46\text{kg}$
c. Verkleinertes Volumen V_{klein} : $V_{\text{klein}} = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}r\right)^2 \cdot \frac{1}{2}h = \frac{1}{8}\pi r h$
Abnahme um 87,5%

10. Trigonometrie

Aufgabe 1



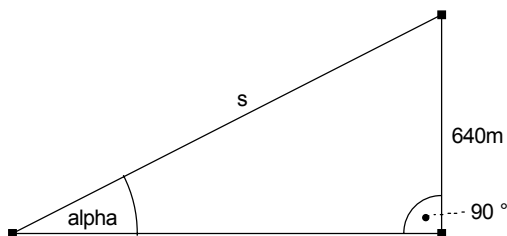
Seite b mit Kosinussatz: $b = 11,269\text{cm}$

Winkel α mit Sinussatz: $\alpha = 27,46^\circ$; $\gamma = 32,54^\circ$

Höhe h_c : $h_c = a \cdot \sin 60^\circ$; $h_c = 3 \cdot \sqrt{3} \approx 5,20\text{cm}$

Flächeninhalt A_{Dreieck} : $A_{\text{Dreieck}} = 18,19\text{cm}^2$

Aufgabe 2



a. $\tan \alpha = 0,167$; $\alpha = 9,48^\circ$
Streckenlänge s : $s = 3885,41\text{m}$

b. $\tan \alpha = 0,30$; $\alpha = 16,70^\circ$
Höhendifferenz h : $h = 287,35\text{m}$

Aufgabe 3

a. Siehe Lehrbuch !!!

b. $\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$

Geeignete Skizze mit Einheitskreis anfertigen, z.B. mit $\alpha = 60^\circ$.

c. Siehe Lehrbuch !!!

d. $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \cos \alpha + \sin^2 \alpha$; mit $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ergibt sich

$$\cos \alpha \cdot \cos \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

e. Siehe Lehrbuch !!!

$$\text{f. } \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \sin \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\tan^2 \alpha} = 2 \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \alpha + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2 \cos \alpha$$

$$1 = 2 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$