1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

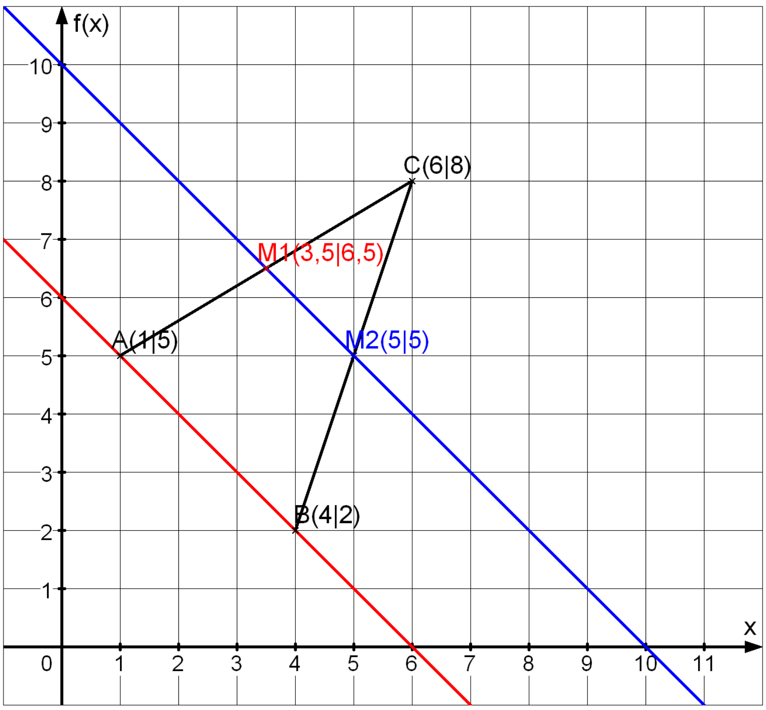
a. Das Schaubild einer linearen Funktion ist immer eine Gerade. Setzt man in der Geradengleichung für x die Werte 0 bzw. 1 ein, erhält man die angegebenen Punktkoordinaten.

b. Geradengleichung: $g(x) = 3x + 4$

c. Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B: $y = -x + 6$
[Bestimmen der Geradengleichung z.B. mit Hilfe der Zwei-Punkte-Form:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad]$$

Schaubilder zur Aufgabe 1.



Bestimmung der Seitenmitten z.B. mit $x_{\overline{AC}} = x_A + \frac{1}{2}(x_C - x_A)$

$$y_{\overline{AC}} = y_A + \tfrac{1}{2}(y_C - y_A)$$

$M_{\overline{AC}}$ (3,5|6,5) und $M_{\overline{BC}}$ (5|5)

Die Steigung der Geraden durch die Seitenmitten beträgt -1. Damit ist diese Gerade parallel zur Geraden durch die Punkte A und B.

Umfang des Dreiecks (Satz des Pythagoras): U = 16,40LE

Aufgabe 2

a. $U = b + 2s$; $s = 1{,}1b$; damit erhält man $U = b + 2{,}2b = 3{,}2b$

$b = 37{,}5$cm und $s = 41{,}25$cm

b. $U = 2a + 2b$; $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$; $a = \frac{3}{5}b$; damit erhält man $U = \frac{6}{5}b + 2b = 3{,}2b$

$b = 37{,}5$cm und $a = 22{,}5$cm

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 9$, $y = -15$

b. vereinfachte Darstellung: I) $12x - 10y = -26$

II) $-14x + 10y = 12$ $x = 7$; $y = 11$

c. $t \neq 1{,}5$

Aufgabe 2

a. Ansatz: I) $(y+3)(x+2) = xy + 151$

II) $(y-1)(x-2) = xy - 93$ $x = 25$m , $y = 35$m , $A = 875\text{m}^2$

b. Ansatz: I) $x + y = 500$

II) $0{,}1x + 0{,}2y = 0{,}18(x+y)$ $x = 100$, $y = 400$

3. Reelle Zahlen

a. 1. $\sqrt{0{,}3} \cdot \sqrt{270} = 9$ 2. $\frac{\sqrt{270}}{\sqrt{0{,}3}} = 30$ 3. $\sqrt{\frac{7}{11a^2}} : \sqrt{\frac{343b^2}{1331a^4}} = \frac{11a}{7b}$

b. 1. $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}$ 2. $\sqrt{2{,}89a^3b} = 1{,}7a\sqrt{ab}$

c. 1. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{72}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$ 2. $\frac{3b\sqrt{b}}{\sqrt{9ab^3}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

Aufgabe 2

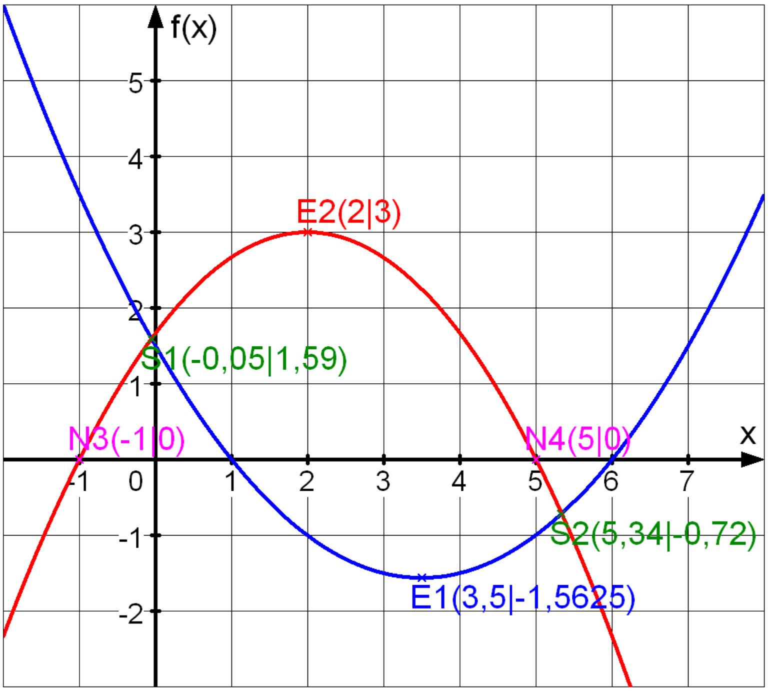
a. $x = 81$ b. $x_1 = 1$ und $x_2 = 9$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

Funktionsgleichungen der Parabeln p_1 und p_2 .

p_1 : $p_1(x) = 0{,}25x^2 - 1{,}75x + 1{,}5$ und p_2 : $p_2(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$



Hinweis:

Für die Koordinaten der Schnittpunkte S_1 und S_2 sind Näherungslösungen angegeben.

Schnittpunkt von p_1 mit der 2. Achse: M(0|1,5)

Aufgabe 2

abc- und pq-Formel → siehe Formelsammlung !!!

$102x^2 + 357x - 765 = 0$ in der Normalform : $x^2 + 3{,}5x - 7{,}5 = 0$; $x_1 = 1{,}5$, $x_2 = -5$

Aufgabe 3

a. $x_1 = 10$, $x_2 = -1$ b. $z = 11$

Aufgabe 4

Breite $b = h - 10$ und Länge $l = h + 10$;
Oberfläche $O = 2(lb + bh + lh) = \ldots = 6h^2 + 40h - 400 \rightarrow 6h^2 + 40h - 6600 = 0$
$h_1 = 30\text{cm}$; [$h_2 = -36\frac{2}{3}\text{cm}$]

5. Potenzen

1. Berechne bzw. vereinfache. Wende die Potenzgesetze an.

a. $11{,}5 \cdot 2^{11} - 4{,}3 \cdot 2^{11} = 7{,}2 \cdot 2^{11}$ b. $8{,}5^7 : 8{,}5^9 = 8{,}5^{-2}$

c. $(9^{-6})^3 = 9^{-18}$ d. $(k^{3xy})^{3{,}5xy} = k^{10{,}5x^2y^2}$

e. $8^{xyz} \cdot 6{,}25^{xyz} = 50^{xyz}$ f. $\frac{1{,}44^{3ab}}{2{,}1^{2ab}} : \frac{1{,}2^{3ab}}{2{,}52^{2ab}} = 1{,}2^{5ab}$

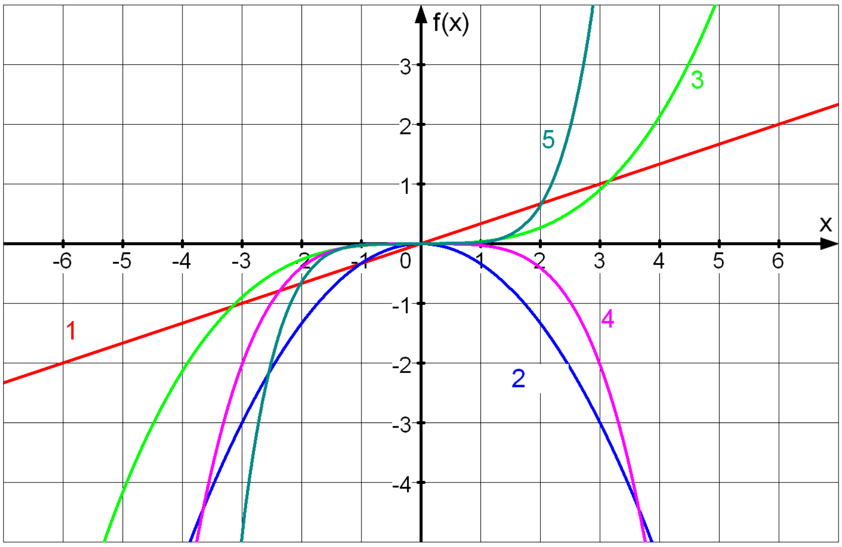
g. $(a+b)\sqrt{(a-b)} + (a-b)\sqrt{(a+b)}$

2. Berechne mit dem Taschenrechner und gib das Ergebnis in der Normdarstellung an. Runde dabei auf 3 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{(3{,}8-\sqrt[3]{1{,}5}\,)\cdot 50-4{,}3^{-2}}{0{,}1\cdot(\sqrt[3]{1{,}5}-3{,}8)^2+0{,}5\cdot 0{,}9}=1{,}149\cdot 10^2$$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen

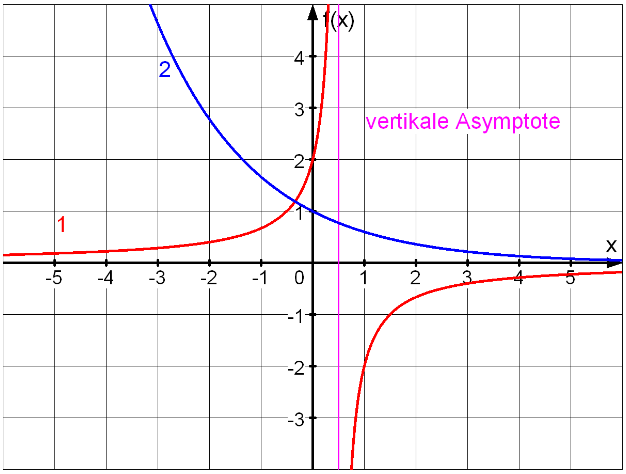
Aufgabe 1



b. Eigenschaften der Funktionen nach Lehrbuch.

Aufgabe 2

a. Definitionsmengen f_1 : $D_1 = \mathrm{IR}\backslash\{0{,}5\}$ f_2 : $D_2 = \mathrm{IR}$



c. Verhalten von f_1

$f_1(x) \to 0$ für $x \to \pm\infty$

$f_1(x) \to +\infty$ für $x \to 0{,}5$ und $x < 0{,}5$

$f_1(x) \to -\infty$ für $x \to 0{,}5$ und $x > 0{,}5$

Verhalten von f_2

$f_2(x) \to +\infty$ für $x \to -\infty$

$f_2(x) \to 0$ für $x \to +\infty$

$f_2(x) \to 0{,}77\ldots$ für $x \to 0{,}5$

f_1: Vertikale Asymptote bei $x = 0{,}5$

f_1 und f_2: Die x-Achse ist horizontale Asymptote für beide Schaubilder.

7. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

Es liege ein exponentieller Wachstumsprozess vor. Bestimme jeweils den Wachstumsfaktor q für die folgenden Wachstumsangaben pro Zeiteinheit :

a. 100 % $q = 2$ c. eine Zunahme um drei Achtel $q = 1{,}375$
b. 25 % $q = 1{,}25$ d. eine Abnahme um die Hälfte $q = 0{,}5$

Aufgabe 2

a. p_o ist der Luftdruck auf dem Höhenniveau, auf dem man mit der Luftdruckangabe startet. Der Luftdruck p_o gehört zur Höhe h_o.
b. p(0,517km) = 948,45hPa
c. Der Luftdruck nimmt zu, da die Luftsäule, die z.B. über dem Wanderer lastet, höher wird.
d. Ansatz: $980\text{hPa} = 1013{,}25\text{hPa} \cdot 0{,}88^{h}$; h = 261,0m
e. Für p_o setzt man den Druck auf dem Melibokus ein. Die Höhe in km muss negativ eingegeben werden.

8. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

a. x = 5,0259 b. x = - 5,0259 c. x = 4,0259 d. x = 4,0060
e. $\lg(10 + 3x) = 2{,}5$; $10 + 3x = 10^{2{,}5}$; …. x = 102,0759

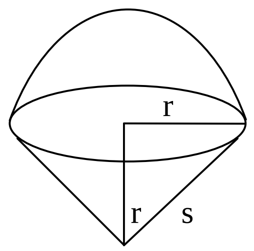
f. $\lg(2x + 1) + \lg(2x - 1) = 4$; $\lg(4x^2 - 1) = 4$; $4x^2 - 1 = 10^4$; x = 50,0025

Aufgabe 2

a. I_o ist die Intensität ohne Abschirmung.
b. Ansatz: $\frac{1}{2} I_o = I_o \cdot 0{,}88^{-0{,}201d}$; d = 1,4977cm

9. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1



$V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi r^3$; $V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^3$

$V_{Gesamtkörper} = \pi r^3$

$O_{Halbkugel} = 2\pi r^2$; $O_{Kegelmantel} = \pi r s$ mit $s = r\sqrt{2}$

$= \pi\sqrt{2}\, r^2$

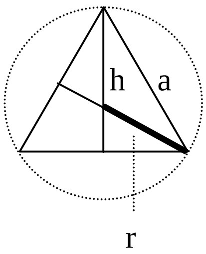
$O_{Gesamtkörper} = \pi r^2 (2 + \sqrt{2})$

$$O_{getrennt} = \pi r^2 (2+\sqrt{2}) + 2\pi r^2 = \pi r^2 (4+\sqrt{2})$$

Die Oberfläche der getrennten Körper ist 58,6% größer.

$$\frac{\pi r^2 (4+\sqrt{2}) - \pi r^2 (2+\sqrt{2})}{\pi r^2 (2+\sqrt{2})} = \frac{2}{2+\sqrt{2}} = 2-\sqrt{2} = 0{,}586$$

Aufgabe 2



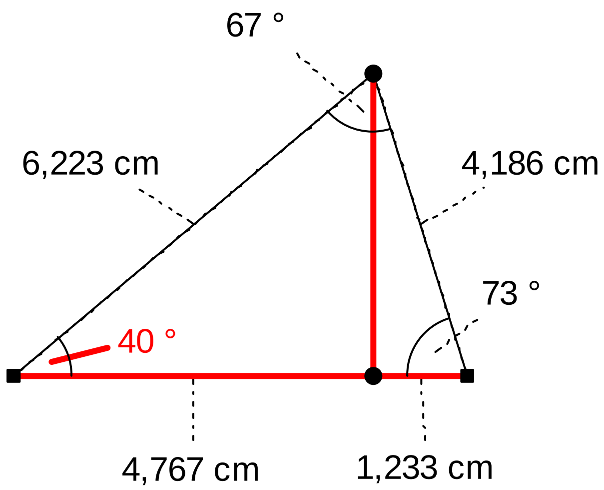
Die Seitenhalbierenden schneiden sich im Verhältnis 2 : 1.

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3} \quad ; \quad r = \frac{a}{3}\sqrt{3} \quad ; \quad a = \frac{3r}{\sqrt{3}} = r\sqrt{3}$$

$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \frac{3}{4} r^2 \sqrt{3}$$

10. Trigonometrie

Aufgabe 1



Ansätze

1. $\tan 40° = \frac{h_c}{c_1}$; $c_1 = 4{,}767\text{cm}$

   $c_2 = c - c_1$; $c_2 = 1{,}233\text{cm}$
2. $\sin 40° = \frac{h_c}{b}$; $b = 6{,}223\text{cm}$
3. $\tan\beta = \frac{h_c}{c_2}$; $\beta = 72{,}87°$

   $\gamma = 180° - \beta - \alpha = 67{,}13°$
4. $a^2 = {c_2}^2 + {h_c}^2$; $a = 4{,}186\text{cm}$

Aufgabe 2

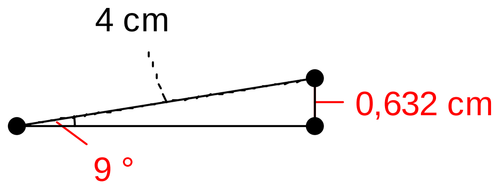
a. Steigung: $\tan\alpha = \frac{4\text{m}}{94{,}36\text{m}} = 0{,}042$; Steigungswinkel $\alpha = 2{,}43°$

   Die Steigung beträgt 4,2%.
   Länge des Straßenstücks z.B. mit Pythagoras: $l = 94{,}44\text{m}$

b. $\tan\alpha = 0{,}16$; $\alpha = 9{,}09°$

$\sin\alpha = \dfrac{h}{40m}$; $h = 6{,}320m$

Friedhofstraße – Richtung Auf der Ebene

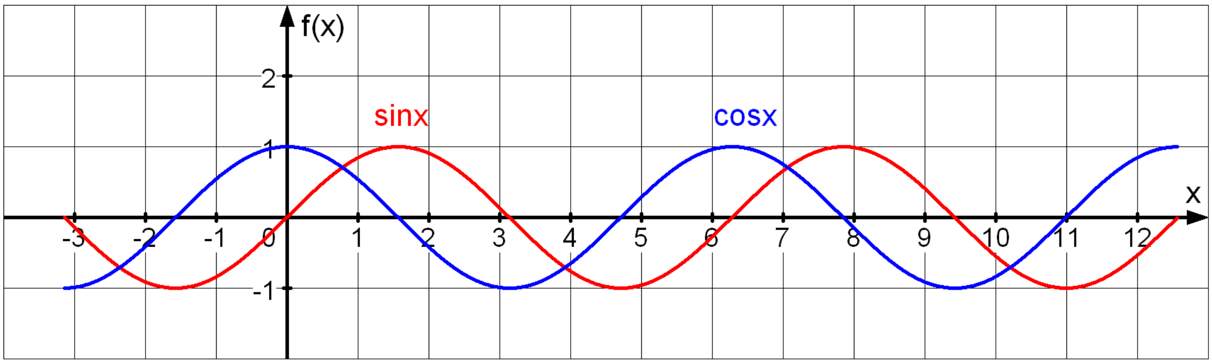


Maßstab 1 : 1000

.Aufgabe 3

Einheitskreis und Aufgabe a.: siehe Lehrbücher / Formelsammlungen

b. Schaubilder



Schnittpunkte der Sinuskurve mit der x-Achse: $N_1(-\pi|0)$, $N_2(0|0)$, $N_3(\pi|0)$, $N_4(2\pi|0)$, $N_5(3\pi|0)$, $N_6(4\pi|0)$

Hoch- und Tiefpunkte der Sinuskurve: $T_1(-\frac{\pi}{2}|-1)$, $H_1(\frac{\pi}{2}|1)$, $T_2(\frac{3\pi}{2}|-1)$, $H_2(\frac{5\pi}{2}|1)$, $T_3(\frac{7\pi}{2}|-1)$

Schnittpunkte der Kosinuskurve mit der x-Achse: $N_1(-\frac{\pi}{2}|0)$, $N_2(\frac{\pi}{2}|0)$, $N_3(\frac{3\pi}{2}|0)$, $N_4(\frac{5\pi}{2}|0)$, $N_5(\frac{7\pi}{2}|0)$

Hoch- und Tiefpunkte der Kosinuskurve: $T_1(-\pi|-1)$, $H_1(0|0)$, $T_2(\pi|-1)$, $H_2(2\pi|1)$, $T_3(3\pi|-1)$, $H_3(4\pi|1)$

c.

$$\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{\dfrac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}} = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha}}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha}} = \sin\alpha$$

d. 1. $\tan\alpha = \sin\alpha$; $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha$; $\cos\alpha = 1$; $\alpha = 0°$

(weitere Lösungen nicht verlangt)

2. Mein Lösungsvorschlag (vielleicht geht es auch schneller):

$\tan\alpha = \cos\alpha$; $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \cos\alpha$; $\sin\alpha = \cos^2\alpha$; $\sin\alpha + \sin^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$;

$\sin\alpha + \sin^2\alpha = 1$; $\sin\alpha + \sin^2\alpha - 1 = 0$

Substitution: $\sin\alpha = x$; $x^2 + x - 1 = 0$; $x_1 = 0{,}618...$; $\sin\alpha = 0{,}618...$

$\alpha = 38{,}17°$

(weitere Lösungen nicht verlangt)