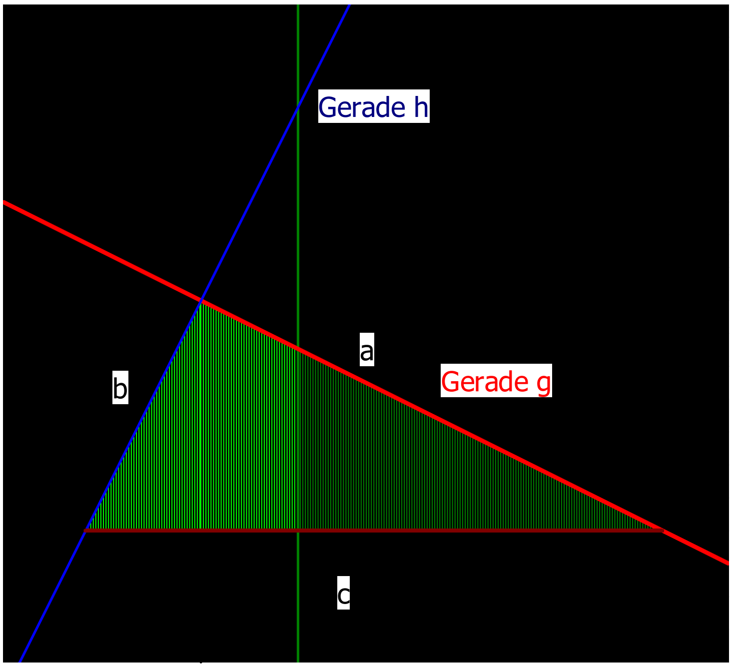
Lösungen zu den Übungsaufgaben Übergang 10/11 (G9) und 9/10 (G8) 2010/2011
0hne Gewähr !

---

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

a.



b. Gerade g:

$y = -\frac{1}{2}x + 3{,}5$

Gerade h:

$y = 2x + 3{,}5$

c. Eine Möglichkeit: Winkel bei $N_1(7|0)$: $\tan\alpha_1 = \frac{3{,}5}{7} = \frac{1}{2}$; $\alpha_1 = 26{,}565°$

Winkel bei $N_2(-1{,}75|0)$: $\tan\alpha_2 = \frac{3{,}5}{1{,}75} = 2$; $\alpha_2 = 63{,}435°$

Damit ergibt sich für den Winkel an der Spitze bei C(0|3,5): $\gamma = 180° - (\alpha_1 + \alpha_2) = 90°$

Eine andere Möglichkeit: Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$

Mit $a^2 = 7^2 + 3{,}5^2$ und $b^2 = 1{,}75^2 + 3{,}5^2$ und $c^2 = 8{,}75^2$ ist die Bedingung erfüllt und das Dreieck ist damit rechtwinklig. Damit sind auch die Geraden g und h orthogonal zueinander.

Noch eine Möglichkeit: Das Produkt der Steigungen der beiden Geraden muss -1 ergeben: $m_1 \cdot m_2 = 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = -1$

d. $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot (1{,}75 + 7) \cdot 3{,}5 = 15{,}3125 FE$

e. Betrachtet wird das rechte Teildreieck: $\frac{1}{2}A_{Dreieck} = \frac{1}{2}\cdot(7-x_1)\cdot(-\frac{1}{2}x_1+3{,}5)$

Damit ergibt sich: $A_{Dreieck} = (7-x_1)\cdot(-\frac{1}{2}x_1+3{,}5)$

$15{,}3125 = -3{,}5x_1 + 24{,}5 + 0{,}5x_1^2 - 3{,}5x_1$

$0{,}5x_1^2 - 7x_1 + 9{,}1875 = 0$ oder $x_1^2 - 14x_1 + 18{,}375 = 0$

$x_{1,1} = 1{,}466$; $x_{1,2} = 12{,}534$

Die Parallele zur y-Achse bei $x_{1,1}$ halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 2

$2d + 2\cdot 0{,}8d = 342$; $3{,}6d = 342$; $d = 95$

Das Doppelzimmer kostet 95€, das Einzelzimmer kostet 76€.

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 7$, $y = -9$

b. vereinfachte Darstellung: I) $14x + y = 10$
II) $2x + 3y = -10$ $x = 1$; $y = -4$

c. $x = \frac{a}{2}$; $y = \frac{2}{a}$; $a \neq 0$

Aufgabe 2

Ansatz: I) $20T + 10H = 144{,}50$
II) $10T + 20H + 9{,}60 = 123{,}10$

Ein T-Bone-Steak kostet 5,85€, ein Holzfällersteak 2,75€ und eine Flasche Wein 4,28€.

3. Reelle Zahlen

a. 1. $\sqrt{27xy} : \sqrt{\frac{3x}{y}} = 3y$ 2. $\frac{\sqrt{85{,}75}}{\sqrt{7}} = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$

b. 1. $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{1000}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 2. $\frac{b\sqrt{7a}}{\sqrt{ab^3}} = \frac{\sqrt{7b}}{b}$

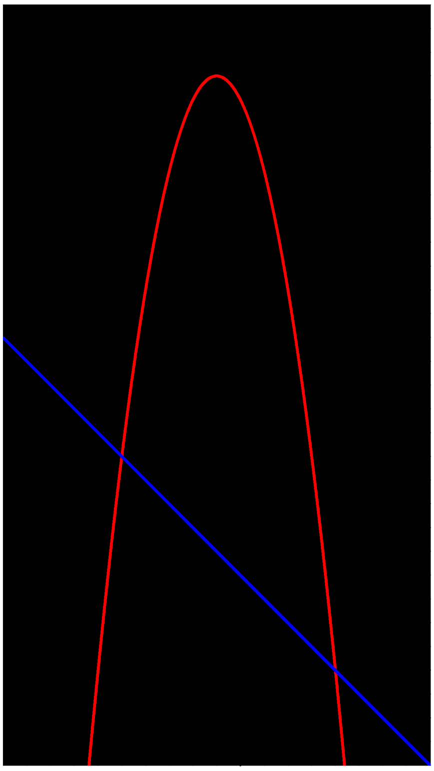
Aufgabe 2

a. $L = \{5{,}5\}$ b. $L = \left\{\frac{5}{2} ; \frac{29}{8}\right\}$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

p : $p(x) = -2x^2 - 2x + 12$ und g : $g(x) = -x + 2$



a. $N_1(-3|0)$; $N_2(2|0)$; $N_3(2|0)$

b. $p(x) = -2 \cdot (x^2 + x - 6)$

$$= -2 \cdot \left[(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 6 \right]$$

$$= -2 \cdot (x + \frac{1}{2})^2 + 12{,}5$$

$S(-0{,}5|\,12{,}5)$

c. $C(0|12)$

d. Siehe Abbildung links.

e. $p(x) = g(x)$

ergibt $-2x^2 - x + 10 = 0$

$S_1(-2{,}5|4{,}5)$; $S_2(2|0)$

Aufgabe 2

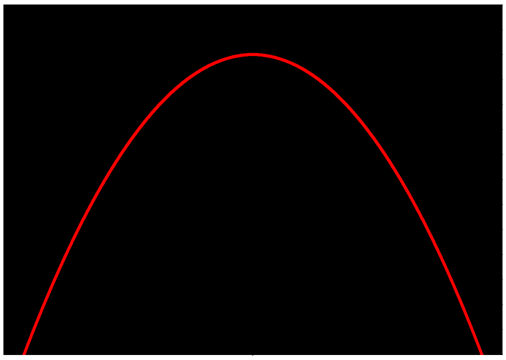
abc- und pq-Formel $\rightarrow$ siehe Formelsammlung !!!

$-10x^2 + 40x + 2520 = 0$ in der Normalform : $x^2 - 4x - 252 = 0$; $x_1 = 18$, $x_2 = -14$

Aufgabe 3

a. $x_1 = 1$, $x_2 = -3$

Aufgabe 4



a. Möglicher Ansatz: $p(x) = ax^2 + c$

1. $p(0) = 40$: $c = 40$
2. $p(75) = 0$: $75^2 a + 40 = 0$

$$a = -\frac{8}{1125} \approx 0{,}007111$$

$$p(x) = -\frac{8}{1125}x^2 + 40$$

b. $p(-65) = 9{,}96$; Lastwagen mit hohen Aufbauten können diese Straße benutzen.
c. $p(73) = 2{,}10$; Schild „Bitte absteigen“ anbringen.

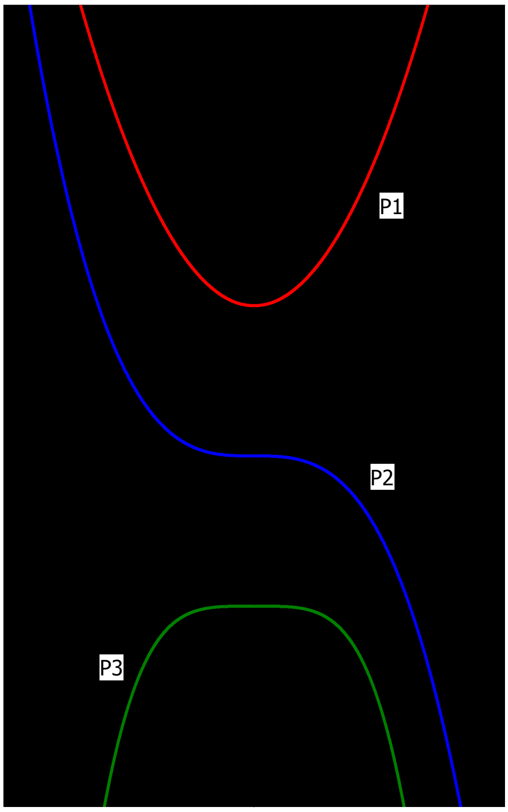
5. Potenzen

a. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

1. $9{,}5 \cdot 3^6 + 2{,}5 \cdot 3^6 = 12 \cdot 3^6$
2. $2{,}9^{10} : 2{,}9^{11} = 2{,}9^{-1}$
3. $(3^6)^{-3} = 3^{-18}$
4. $(c^{ac})^{2c} = c^{2ac^2}$
5. $7^{ab} \cdot 7^{ab} = 7^{2ab}$
6. $\dfrac{1{,}69^{ab}}{3{,}6^{2ab}} : \dfrac{1{,}3^{ab}}{3{,}24^{2ab}} = 1{,}053^{ab}$

b. $$\frac{2 \cdot (1{,}8 + \sqrt{3{,}5}\,) - 1{,}3^{-3}}{(\sqrt[3]{100} - 4{,}8)^2 + \frac{3}{7} \cdot 0{,}9} \approx 16{,}763$$

6. Potenzfunktionen / Exponentialfunktionen



Aufgabe 1

a. Siehe Abbildung links.

b. Alle Schaubilder haben die 2. Achse als Symmetrieachse.
Der Faktor a streckt oder staucht die Schaubilder.
Der Summand c beschreibt die Verschiebung des Schaubilds auf der 2. Achse. c ist auch der Funktionswert an der Stelle x = 0.

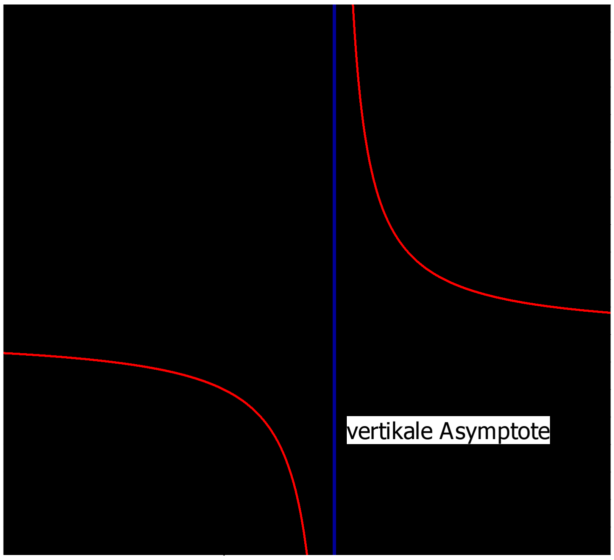
c. $f_1(-\sqrt{190}) = f_1(\sqrt{190}) = 100$

$f_2(-\sqrt[3]{980}) = 100$

Der maximale Funktionswert der Funktion f_3 wird an der Stelle x = 0 erreicht. Dort befindet sich im Schaubild der Scheitelpunkt der nach unten geöffneten Parabel 4. Ordnung. Der Funktionswert 100 ist nicht möglich.

Aufgabe 2

a. Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$



b. Siehe Abbildung links.

c. Verhalten von f

$f(x) \to 0$ für $x \to \pm\infty$

$f(x) \to +\infty$ für $x \to 2$ und $x > 2$

$f_1(x) \to -\infty$ für $x \to 2$ und $x < 2$

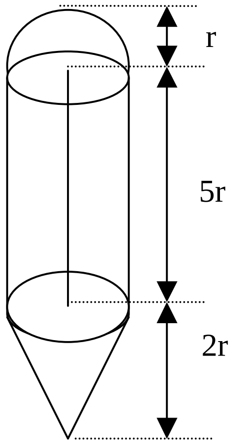
Vertikale Asymptote bei x = 2.
Die x-Achse ist horizontale Asymptote.

d. f(2,2) = 10

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

Ein Kegel mit aufgesetztem Zylinder und einer Halbkugel als Abschluss.
Alle Kreise haben den Radius r.



a $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi r^3$; $V_{Zylinder} = 5\pi r^3$; $V_{Kegel} = \frac{2}{3}\pi r^3$

Gesamtvolumen $V_{ges} = \frac{19}{3}\pi r^3 = 6\frac{1}{3}\pi r^3 VE$

$O_{Halbkugel} = 2\pi r^2$; $O_{Zylindermantel} = 10\pi r^2$; $O_{Kegel} = \sqrt{5}\cdot\pi r^2$

Gesamtoberfläche $O_{ges} = (12+\sqrt{5})\cdot\pi r^2$

b. $V = \frac{m}{\rho}$; $V = \frac{5000g}{0{,}7\frac{g}{cm^3}} = 7142{,}857\,cm^3$

oder direkt : $\frac{19}{3}\pi r^3 = \frac{m}{\rho}$, $r = \sqrt[3]{\frac{3m}{19\pi\rho}}$; r = 7,107cm

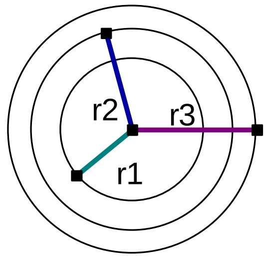
c. $O_{Pfahl} = 2259{,}088 cm^2$
Man benötigt 16,943 Liter Holzlack.

Aufgabe 2

a. $\pi r_1^2 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$; $r_2 = r_1 \cdot \sqrt{2}$

$\pi r_1^2 = \pi r_3^2 - \pi r_2^2 = \pi r_3^2 - \pi \cdot 2r_1^2$; $r_3 = r_1 \cdot \sqrt{3}$

b. Die Abbildung rechts ist **maßstabsgetreu** gezeichnet.



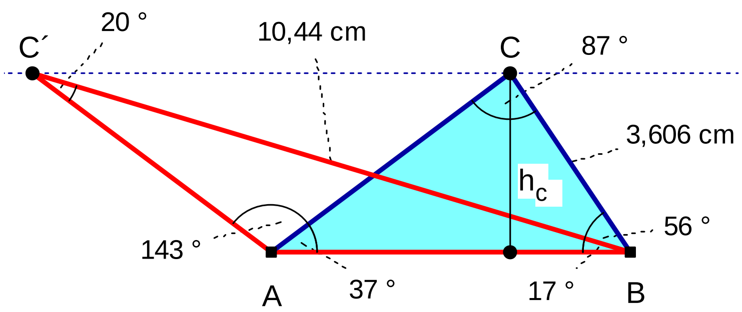
c. $r_{10} = r_1 \cdot \sqrt{10}$

d. Ansatz: $r_{n+1} - r_n \le 0{,}1$; $2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} \le 0{,}1$
Die Gleichung kann man durch zweimaliges Quadrieren lösen.
Einige Taschenrechner können diese Gleichung auch lösen.
Die Bedingung ist erfüllt für $n \ge 100$.

8. Trigonometrie

Aufgabe 1

a. Zeichnung maßstabsgetreu.



b. $\sin\alpha = \frac{h_c}{b}$; $\alpha = 36{,}87°$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

a = 3,61cm , a´ = 10,44cm

$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\alpha}{a}$

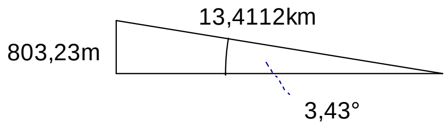
$\beta = 56{,}20°$, $\beta´ = 16{,}70°$

$\gamma = 86{,}93°$, $\gamma´ = 20{,}17°$

Aufgabe 2

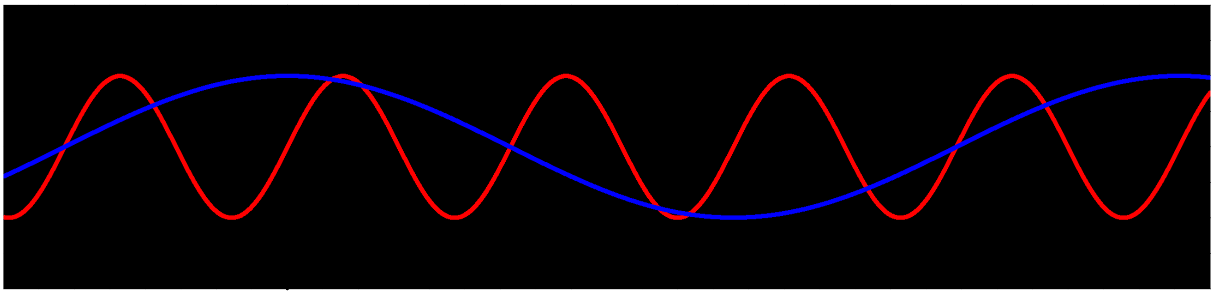
1mi = 1,609344km
Der LKW fährt in 10min die Strecke s = 13,4112km.
Steigung: $\tan\alpha = 0{,}06$; Steigungswinkel $\alpha = 3{,}43°$

Höhe h: $\sin\alpha = \frac{h}{s}$; h = 803,23m



.Aufgabe 3

a. Schaubilder



b. Sinuskurve: $N_1(-\pi| 0)$, $N_2(-\frac{\pi}{2}| 0)$, $N_3(0| 0)$, $N_4(\frac{\pi}{2}| 0)$, $N_5(\pi| 0)$, $N_6(\frac{3\pi}{2}| 0)$, ….

$H_1(-\frac{3\pi}{4}| 1)$, $H_2(\frac{\pi}{4}| 1)$, $H_3(\frac{5\pi}{4}| 1)$, $H_4(\frac{9\pi}{4}| 1)$, $H_5(\frac{13\pi}{4}| 1)$

$T_1(-\frac{\pi}{4}| -1)$, $T_2(\frac{3\pi}{4}| -1)$, $T_3(\frac{7\pi}{4}| -1)$, $T_4(\frac{11\pi}{4}| -1)$, $T_5(\frac{15\pi}{4}| -1)$

Kosinuskurve: $N_1(-\pi| 0)$, $N_2(\pi| 0)$, $N_3(3\pi| 0)$

$H_1(0| 1)$, $H_2(4\pi| 1)$, $T_1(2\pi| -1)$

c. Sinusfunktion:

$x_1 = \frac{\pi}{12}$; $x_2 = \frac{5\pi}{12}$; $x_3 = \frac{13\pi}{12}$; $x_4 = \frac{17\pi}{12}$; $x_5 = \frac{25\pi}{12}$; $x_6 = \frac{29\pi}{12}$; …

Kosinusfunktion: $x_1 = \frac{2\pi}{3}$; $x_2 = \frac{10\pi}{3}$

9. Wachstumsprozesse

Aufgabe 1

a. 150 % $q = 2,5$ c. eine Zunahme um drei Zehntel $q = 1,3$
b. 1 % $q = 1,01$ d. eine Abnahme um ein Zehntel $q = 0,9$

Aufgabe 2

a. $K(5) = 10\,000\text{US\$} \cdot 1{,}045^5 = 12\,461{,}82\text{US\$}$; Zinsen: $2\,461{,}82\text{US\$}$
b. Eine Umrechnung in Euro ist nicht erforderlich.

$12\,461{,}82\text{US\$} = 10\,000\text{US\$} \cdot 1{,}005^t$; t = 44,13 Jahre

[Ansatz in Euro: $10\,297{,}57572€ = 8\,263{,}30€ \cdot 1{,}005^t$; t = 44,13 Jahre]

10. Exponential- und Logarithmengleichungen

Aufgabe 1

a. $x = 13,0673$ b. $x = -13,0673$ c. $x = 9,0979$ d. $x = 3,8063$
e. $\lg(2 - x) = 2$; $2 - x = 10^2$; $x = -98$
f. $x_1 = 11$; $x_2 = -11$

Aufgabe 2

a. Ansatz für a: $\frac{1}{2}A_o = A_o \cdot a^{8,04}$; $a = 0,9174$; $A(3) = 55,4\text{MBq}$ (t in Tagen)

b. $\frac{1}{1000}A_{So} = A_{So} \cdot 0,9174^t$; t = 80,1 Tage