Fachberatung Mathematik
Hilde Zirkler
Goethe-Gymnasium Bensheim Bensheim, im Juni 2011

Übergang Klasse 10/E1 (G9) und Klasse 9/E1 (G8)
Mathematik

Übungsaufgaben zum Mittelstufenstoff im Fach Mathematik

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen
2. Systeme linearer Gleichungen
3. Reelle Zahlen
4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen
5. Potenzen
6. Potenzfunktionen
7. Flächen- und Körperberechnungen
8. Trigonometrie

Lernhilfen

- Die eingeführten Mathematikbücher der Klassen 7, 8, 9 (und 10)
  Alle anderen Schulbücher zu diesen Klassenstufen (z.B. aus den Verlagen Klett, Schroedel, Cornelsen, bsv, …)
- Lernhilfen der Verlage (z.B. Training Mathematik aus dem Klett Verlag, Trainingshefte von Schroedel, Cornelsen, Nachschlagewerke von Duden-Paetec, …)
- Formelsammlungen Mathematik (z.B. Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ – Formelsammlung für die Sekundarstufen I und II für die Fächer Mathematik, Informatik, Astronomie, Physik, Chemie, Biologie aus dem Cornelsen Verlag; das entsprechende Werk aus dem Verlag Duden-Paetec; Formelsammlungen Mathematik von Duden, Schroedel, Klett, …)
- Übungsaufgaben und Tests der vergangenen Jahre bei www.mathe-fachberater.de

Termine

1. Bearbeitung der Aufgaben bis zum 22. August 2011
2. Bekanntgabe der Lösungen ab 22. August 2011 durch die Fachlehrer
   (auch bei: www.mathe-fachberater.de)
3. Vorläufiger Termin für den Test: Freitag, 26. August 2011, 3./4. Stunde

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

Aufgabe 1

Die Geraden g und h schneiden sich im Punkt P(4| 2). Die Gerade g hat die Steigung $m = \frac{1}{2}$, die Gerade h hat die Steigung -1.

a. Zeichnen Sie die Geraden g und h in ein geeignetes Koordinatensystem.
b. Bestimmen Sie für beide Geraden die zugehörigen Gleichungen.
c. Die beiden Geraden schließen mit der x-Achse und auch mit der y-Achse ein Dreieck ein. Zeigen Sie: Die Flächeninhalte der beiden Dreiecke verhalten sich wie 2:1.

Aufgabe 2

In Lindenfels kostet ein Kilogramm Spargel der ersten Sorte 20ct mehr als in Zwingenberg. Frau Müller kauft 2,5kg Spargel in Zwingenberg, Herr Müller kauft zusätzlich 2kg Spargel in Lindenfels. Insgesamt bezahlen Frau und Herr Müller für den Spargeleinkauf 34,60€. Berechnen Sie die Preise für 1kg Spargel der ersten Sorte in Lindenfels und in Zwingenberg.

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. Lösen Sie das LGS mit Hilfe eines Verfahrens Ihrer Wahl und machen Sie danach die Probe. Die Taschenrechnerlösung reicht nicht!

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & x + 2y = 4x + 12 \\ \text{II)} & 3x + 5 = 6y - 13 \end{array}$$

b. Vereinfachen Sie auch hier zunächst die Gleichungen des linearen Gleichungssystems und lösen Sie dieses System dann mit Hilfe des Additionsverfahrens.
Geben Sie die Lösungsmenge an.

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & x^2 + 4y - 2x = x(x+1) + 7y \\ \text{II)} & 8y + 5x = 2(x+y) - 6 \end{array}$$

c. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Die Lösungsvariablen seien x und y, die Formvariable sei c.

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & 2cx + y = 1 \\ \text{II)} & 6cx - 5y = -3 \end{array}$$

Welche Bedingung muss die Formvariable c erfüllen, damit das Gleichungssystem genau eine Lösung hat? Geben Sie diese Bedingung an.

Aufgabe 2

Der Anteil der Kern-, Wind- und Solarenergie an der Bruttostromerzeugung in Deutschland betrug im Jahr 2010 etwa 30,4%. Dazu trug der Solaranteil nur 1,9% bei. Reduziert man den Anteil der Kernenergie auf ein Zehntel des aktuellen Wertes (2010) und vervierfacht man den Anteil der Windenergie, dann müsste man zusätzlich den Solaranteil auf 4,5% steigern, um den Gesamtanteil von 30,4% zu erhalten.

a. Berechnen Sie die Anteile der Kern- und Windenergie für das Jahr 2010 und die eventuellen Anteile in den nächsten Jahren.

b. 2010 lieferten die drei genannten Primärenergieträger zusammen 190TWh (Terawattstunden) elektrische Energie. Wie viele Terawattstunden lieferte dabei die Solarenergie?

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Vereinfachen Sie die Terme.

1. $\sqrt{24mw} \cdot \sqrt{\dfrac{3m}{0{,}5w}} =$ 2. $\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{99}} =$

b. Machen Sie den Nenner rational. Schreiben Sie alle Umformungen auf.

1. $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$ 2. $\dfrac{k\sqrt{10kc}}{\sqrt{k^3c^5}} =$

Aufgabe 2

Lösen Sie die beiden Wurzelgleichungen und machen Sie die Probe.
Geben Sie danach die Lösungsmenge an.

a. $\sqrt{9x+1} = x-1$ b. $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x-1}} = 3$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

Gegeben sind zwei Parabeln p_1 und p_2 mit den Funktionsgleichungen
$p_1(x) = -0{,}6x^2 - 1{,}2x + 4{,}8$ und $p_2(x) = 0{,}5x^2 + x + 1{,}5$

a. Bestimmen Sie für die Parabel p_1 die Schnittpunkte mit den beiden Achsen.
Nennen Sie diese Schnittpunkte N_1 und N_2 (1. Achse) und C (2. Achse).
Bestimmen Sie auch den Scheitelpunkt S der Parabel p_1.

b. Zeichnen Sie beide Parabeln in ein gemeinsames Koordinatensystem.
c. Die beiden Parabeln schneiden sich in den Punkten S_1 und S_2.
Berechnen Sie diese Schnittpunkte.

Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen können wir mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, mit der pq-Formel oder mit der abc-Formel lösen.

abc-Formel

$a x^2 + b x + c = 0$

$\mathbf{x_{1/2}}$ =

pq-Formel

$x^2 + px + q = 0$

$\mathbf{x_{1/2}}$ =

Gegeben ist nun die quadratische Gleichung $-12x^2 + 120x + 4500 = 0$.

a. Lösen Sie die Gleichung mit der abc-Formel:

a =	b =	c =

b. Lösen Sie die Gleichung mit der pq-Formel. Bringen Sie die Gleichung zuerst auf die Normalform.

Normalform : ______________________

p =	q =

Aufgabe 3

Lösen Sie die Gleichung ohne TR.

a. $(x + 3)^2 = 2x^2 - x + 1$

Aufgabe 4

Das Photo zeigt den **Gateway Arch** oder auch **Gateway to the West** in St. Louis / Missouri (USA). Der Bau des Bogens wurde 1965 vollendet. Der Bogen ist 630 Fuß hoch und an der Basis auch 630 Fuß breit.

Nähern Sie den Bogen durch eine Parabel 2. Ordnung an. Geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung an, die den Bogen beschreibt.

Geben Sie die maximale Höhe des Bogens in m an.

Photo: Wikipedia 2011

5. Potenzen

1. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

   a. $7{,}8 \cdot 5^7 - 12{,}8 \cdot 5^7$

   b. $17^{10} : 34^{10}$

   c. $(13^4)^{-5}$

   d. $(k^{ak})^{3a}$

   e. $11^{ck} \cdot 11^{2ck}$

   f. $\dfrac{1{,}44^{2ck}}{1{,}7^{ck}} : \dfrac{1{,}2^{4ck}}{3{,}4^{2ck}}$

2. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner und geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung an.
   Runden Sie dabei auf 3 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{1{,}2 \cdot (3 - \sqrt{2}) + 2 \cdot 2^{-3}}{(\sqrt[4]{19} - 3{,}2)^2 + 2{,}9 \cdot 1\tfrac{3}{8}}$$

6. Potenzfunktionen

Aufgabe 1

Wir betrachten Funktionen des Typs $f: x \mapsto a x^n + c$; $x \in IR$, $a \neq 0$, $c \in IR$, $n \in IN \setminus \{0\}$

a. Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2.

$f_1 : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 + 2$; $x \in IR$ $f_2 : x \mapsto -\frac{1}{3}x^3 + 2$; $x \in IR$

Zeichnen Sie die Schaubilder der Funktionen f_1 und f_2 in ein geeignetes Koordinatensystem.

b. Erklären Sie die Bedeutung des Exponenten n in der Gleichung $f(x) = a x^n + c$ im Hinblick auf das Verhalten der Funktion für $x \to \pm\infty$.

c. Berechnen Sie für beide Funktionen die x-Werte, für die man den Funktionswert 18 erhält.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \dfrac{4}{x^2}$.

a. Definitionsmenge der Funktion f : $D_f =$

b. Legen Sie eine Wertetabelle an und zeichnen Sie danach das Schaubild der Funktion f in ein geeignetes Koordinatensystem. Sie können die Tabelle auch mit Hilfe des Taschenrechners erzeugen.
c. Beschreiben Sie das Verhalten des Schaubilds für $x \to \pm\infty$ und für $x \to 0$.
d. Bestimmen Sie den x-Wert, der zum Funktionswert 100 gehört.

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

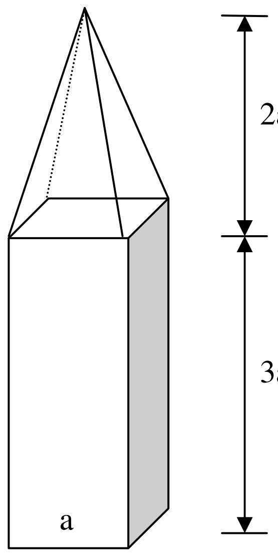
Gegeben ist der folgende Körper: Ein Prisma mit quadratischer Grundfläche und einer aufgesetzten Pyramide.

a. Berechnen Sie das Volumen V und die Oberfläche O des Körpers in Abhängigkeit von a.

b. Diese Körper werden nun für a = 15cm aus Beton mit der Dichte $2{,}3\,\frac{g}{cm^3}$ gegossen.

Kann ein Kleintransporter mit maximal 2 Tonnen Zuladung 60 dieser Betonpfähle auf einmal transportieren?

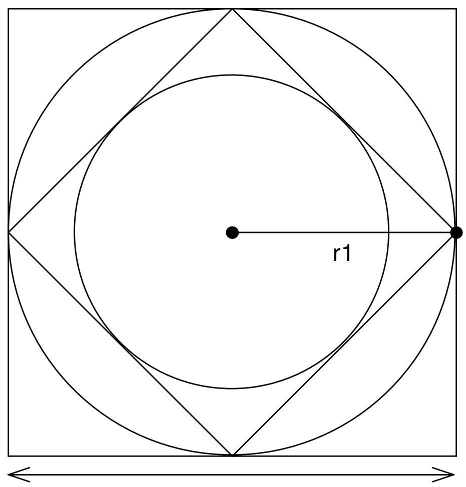
Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer geeigneten Rechnung.



Aufgabe 2

Einem Quadrat wird wie in der Zeichnung ein Kreis einbeschrieben. Diesem Kreis wird wieder ein Quadrat einbeschrieben und so weiter.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des zweiten und des 10. Kreises in Abhängigkeit von a_1.



8. Trigonometrie

Aufgabe 1

Gegeben ist das Dreieck ABC mit den üblichen Bezeichnungen für die Seiten und Winkel.
c = 8cm, a = 5cm und b = 6cm.

a. Konstruieren Sie das Dreieck ABC.
b. Berechnen Sie die Winkelgrößen und die Höhe h_c.

Aufgabe 2

Zwei Wanderer wählen zum Aufstieg auf den Melibokus den direkten Weg über die linke bzw. die rechte Flanke, die als Geraden betrachtet werden sollen. Die Wanderer befinden sich zur gleichen Zeit in 400m über dem Meeresboden. Der linke Wanderer läuft 850m bis zum Gipfel, der rechte Wanderer nur 590m. Der Melibokus ist 517m hoch.

a. Berechnen Sie die Steigungswinkel für die beiden Wanderstrecken.
b. Geben Sie die Steigungen der beiden Wanderstrecken in % an.
c. Der linke Wanderer läuft mit der Geschwindigkeit $2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, der rechte nur mit $1{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Welcher Wanderer erreicht den Gipfel zuerst. Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer geeigneten Rechnung.

.Aufgabe 3

Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = 2 \cdot \sin x$ und $f_2(x) = -2 \cdot \cos x$.

a. Zeichnen Sie die Schaubilder (Graphen) von f_1 und f_2 in ein geeignetes Koordinatensystem.
   Die Schaubilder sollen für das Intervall $[\,-\pi\,;\,3\pi\,]$ gezeichnet werden.

b. Geben Sie alle Schnittpunkte der beiden Schaubilder mit der x-Achse, die Hoch- und die Tiefpunkte an. Hier sollen die exakten Koordinaten der Punkte angegeben werden (z.B. $P(\pi|0)$). Betrachten Sie nur das Intervall $[\,-\pi\,;\,3\pi\,]$.

c. Bestimmen Sie den „ersten“ Schnittpunkt der beiden Schaubilder für positive x-Werte.

d. Bestimmen Sie den ersten positiven x-Wert, für den gilt: $f_1(x) = 1$ bzw. $f_2(x) = 1$.
   Geben Sie die beiden x-Werte im Bogenmaß (als Vielfache von π) an.