1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

a. Gerade g:
$y = -3x + 5$

Gerade h:
Ansatz: (1) -3x + 5 = 0

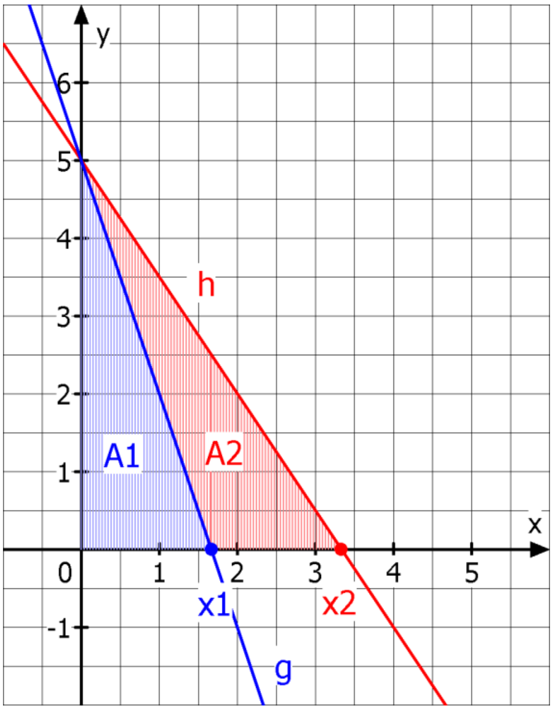
$x_1 = \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{10}{3}$

(2) $0 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{10}{3} + b \quad \Rightarrow \quad b = 5$

$y = -\frac{3}{2}x + 5$

c. Die Grundseiten der Dreiecke A_1 und A_2 haben die gleiche Länge. Die Höhen h_1 und h_2 sind ebenfalls gleich groß.

Mit $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ müssen die Flächeninhalte gleich groß sein.



Schaubilder zu b.

Aufgabe 2

Frank / Peter			
Fluglinie A / Fluglinie A:	0,5A +A = 1380		
	A = 920		
Fluglinie B / Fluglinie B:	B = 920		
Fluglinie A / Fluglinie B:	0,5 · (1,2B) + B = 1380		
	B = 862,50	→	A = 1035
Fluglinie B / Fluglinie A:	0,5B + 1,2B = 1380		
	B = 811,76	→	A = 974,12

Nur bei der Kombination Fluglinie A / Fluglinie B kostet Franks Ticket mehr als 500€.
Franks Ticket kostet 517,50€, Peters Ticket kostet 862,5€.

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. $x = -8$, $y = 9$

b. vereinfachte Darstellung:

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad x + 2y &= 11 \\ \text{II)} \quad x - 20y &= 0 \end{aligned} \qquad x = 10 \;;\; y = 0{,}5$$

c. $x = \dfrac{a-4}{a}$; $y = \dfrac{8-a}{2}$; $a \neq 0$

Aufgabe 2

x: Anzahl der Benzin- und Dieselautos
y: Anzahl der Gas- und Hybridautos

Ansatz:

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad x + y + 4541 &= 42995459 \\ \text{II)} \quad 1{,}1x + 2y + 600000 &= 1{,}015^8 \cdot 42995459 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad x + y &= 42990918 \\ \text{II)} \quad 1{,}1x + 2y &= 47834066 \end{aligned}$$

$x = 42386411$; $y = 604506$

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Vereinfachen Sie die Terme.

1. $\sqrt{\dfrac{12a}{0{,}25b}} \cdot \sqrt{3ab} = 12a$

2. $\dfrac{\sqrt{10{,}8}}{\sqrt{0{,}3}} = 6$

b. Machen Sie den Nenner rational. Schreiben Sie alle Umformungen auf.

1. $\dfrac{7\sqrt{6}}{\sqrt{14}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \dfrac{7\sqrt{21}}{7} = \sqrt{21}$

2. $\dfrac{m\sqrt{12m^5v^2}}{\sqrt{3m^3v}} = 2m^2\sqrt{v}$

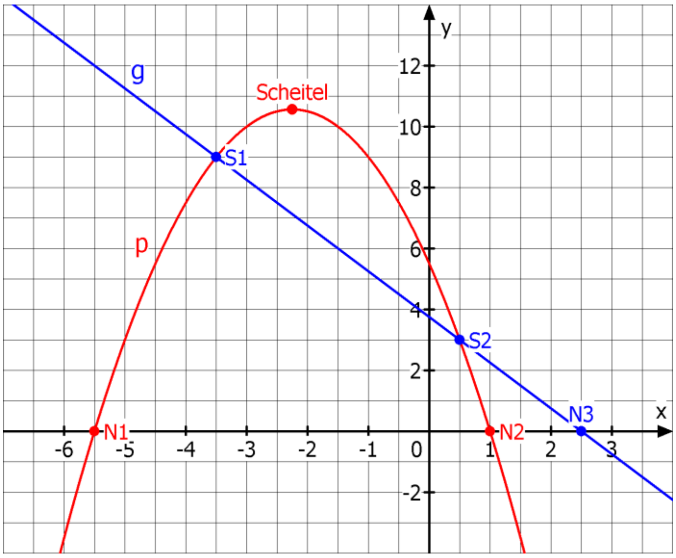
Aufgabe 2

a. $L = \{7 \;;\; 11\}$

b. $L = \{\dfrac{1}{2}\}$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1



a. Siehe Abbildung links.

b. $N_1(-5{,}5|0)$; $N_2(1|0)$; $N_3(2{,}5|0)$
Scheitel: $S(-2{,}25|\ 10{,}5625)$

c. $p(x) = g(x)$ ergibt

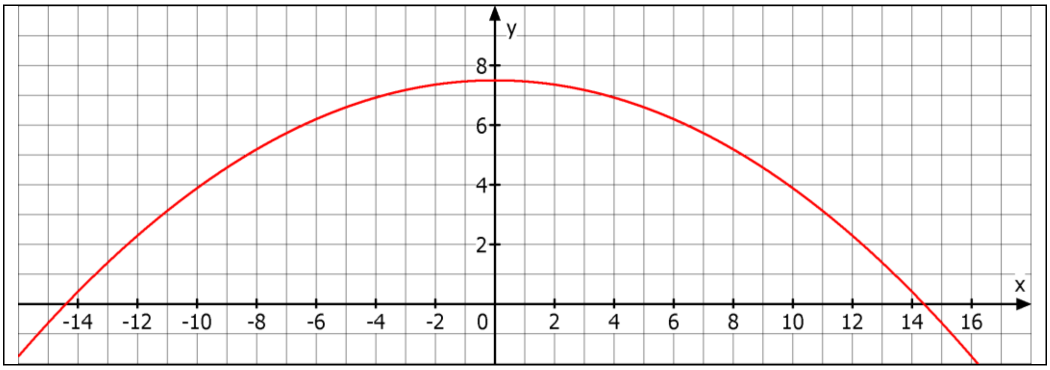
$$-x^2 - 3x + 1{,}75 = 0$$

$S_1(-3{,}5|9)$; $S_2(0{,}5|3)$

Aufgabe 2

abc- und pq-Formel → siehe Formelsammlung !!!
$x_1 = 4$, $x_2 = -12$

Aufgabe 3



a. Möglicher Ansatz: $p(x) = ax^2 + c$

1. $p(0) = 7{,}5$: $c = 7{,}5$
2. $p(14{,}4) = 0$: $14{,}4^2 a + 7{,}5 = 0$; $a = -\dfrac{125}{3456} \approx -0{,}03617$

$$p(x) = -\frac{125}{3456}x^2 + 7{,}5$$

5. Potenzen

1. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

a. $1{,}8 \cdot 3^{8} - 2{,}8 \cdot 3^{8} = -3^{8}$

b. $10^{10} : 20^{10} = 2^{-10}$

c. $(6^{-9})^{-2} = 6^{18}$

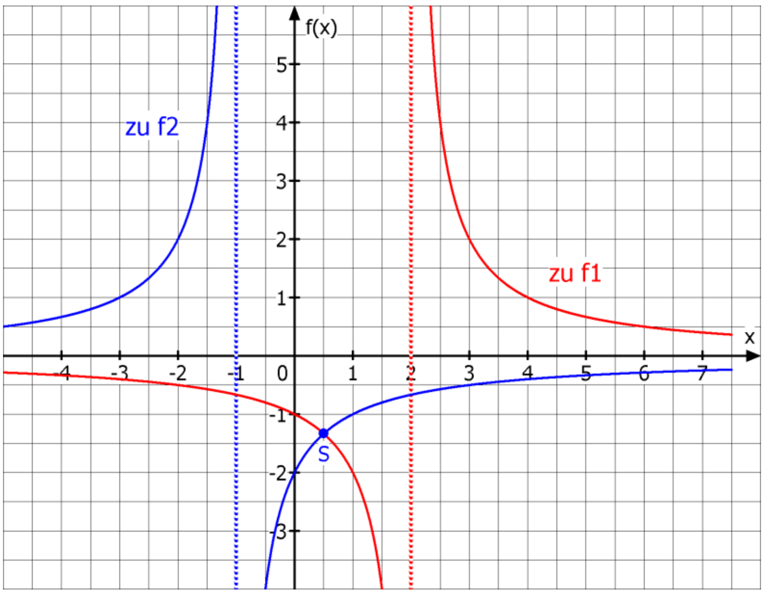
d. $[(ab)^{m+n}]^{m-n} = (ab)^{m^2-n^2}$

e. $(ab)^{m+1} \cdot (ab)^{m-1} = (ab)^{2m}$

f. $\dfrac{1{,}21^{3ab}}{1{,}5^{4ab}} : \dfrac{1{,}1^{6ab}}{3^{4ab}} = 2^{4ab}$

2. $$\frac{\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right)^{4} + 0{,}16 \cdot 0{,}5^{-3}}{\left(\sqrt[5]{2{,}5} - 1{,}2\right)^{3} - 1{,}5 \cdot 2\frac{3}{7}} \approx -0{,}050$$

6. Potenzfunktionen :



Aufgabe 1

a. Siehe Abbildung links.

f_1: $D_{f_1,max} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$W_{f_1,max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

f_2: $D_{f_2,max} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

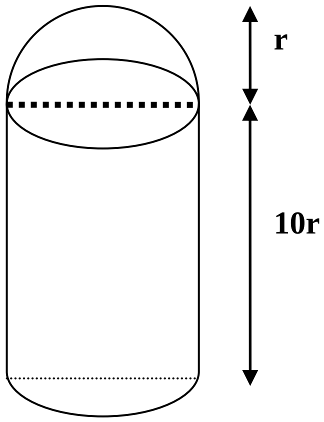
$W_{f_2,max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b. Für $x \to \pm\infty$ haben beide Schaubilder die x-Achse als horizontale Asymptote ($y = 0$).
Zu f_1: vertikale Asymptote bei $x = 2$
Zu f_2: vertikale Asymptote bei $x = -1$

c. Ansatz: $f_1(x) = f_2(x)$; $S\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{4}{3}\right)$

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1



a. $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi r^3$; $V_{Zylinder} = \pi r^2 \cdot 10r = 10\pi r^3$

$V_{gesamt} = \frac{32}{3}\pi r^3$

$O_{Halbkugel} = 2\pi r^2$

$O_{Zylinder} = \pi r^2 + 2\pi r \cdot 10r = 21\pi r^2$

$O_{gesamt} = 23\pi r^2$

b. $V_{Hohlkugel} = \frac{2}{3}\pi \left(r_1^3 - r_2^3\right)$; $V_{Hohlkugel} = 44{,}353\,cm^3$

$V_{Hohlzylinder} = 10\pi r^3 - \pi(r-0{,}3)^2 \cdot (10r - 0{,}3)$; $V_{Hohlzylinder} = 477{,}921\,cm^3$

$V_{gesamt} = 522{,}247\,cm^3$

Masse: $m = \rho \cdot V$; $m = 4{,}126\,kg$

Man kann wohl zwei bis drei dieser Körper bequem tragen.

Aufgabe 2

D_1 : $A_1 = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$

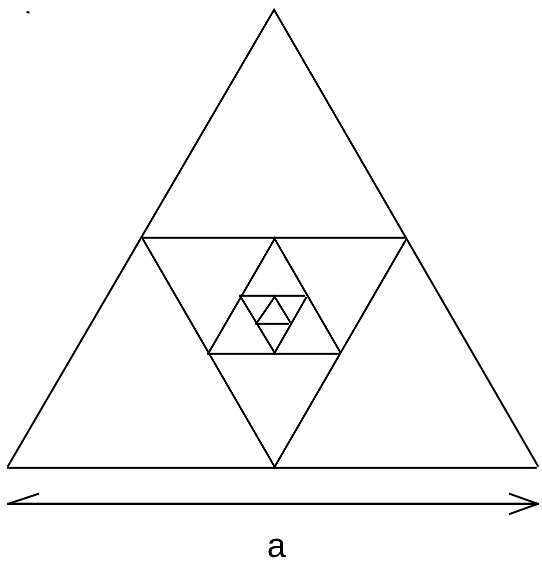
$U_1 = 3a$

D_3 : $A_3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

$U_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3a$

D_n : $A_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

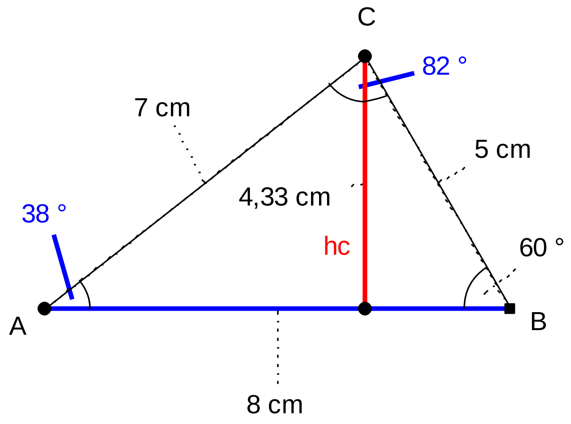
$U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot 3a$



8. Trigonometrie

Aufgabe 1

a. Zeichnung maßstabsgetreu.



b. Sinussatz

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \quad ; \quad \alpha = 38{,}21°$$

$$\rightarrow \quad \gamma = 81{,}79°$$

. Kosinussatz

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

$$c = 8{,}00\text{cm}$$

$$\sin\beta = \frac{h_c}{a} \quad ; \quad h_c = 4{,}33\text{cm}$$

Aufgabe 2

a.

$$\sin(\alpha)\cdot\tan(\alpha) - \frac{1}{\cos(\alpha)} = -\cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha)\cdot\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{1}{\cos(\alpha)} = -\cos(\alpha)$$

$$\frac{1}{\cos(\alpha)}\cdot\left(\sin^2(\alpha) - 1\right) = -\cos(\alpha)$$

$$\frac{1}{\cos(\alpha)}\cdot\left(\sin^2(\alpha) - [\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)]\right) = -\cos(\alpha)$$

$$\frac{1}{\cos(\alpha)}\cdot\left(-\cos^2(\alpha)\right) = -\cos(\alpha)$$

$$-\cos(\alpha) = -\cos(\alpha)$$

b.

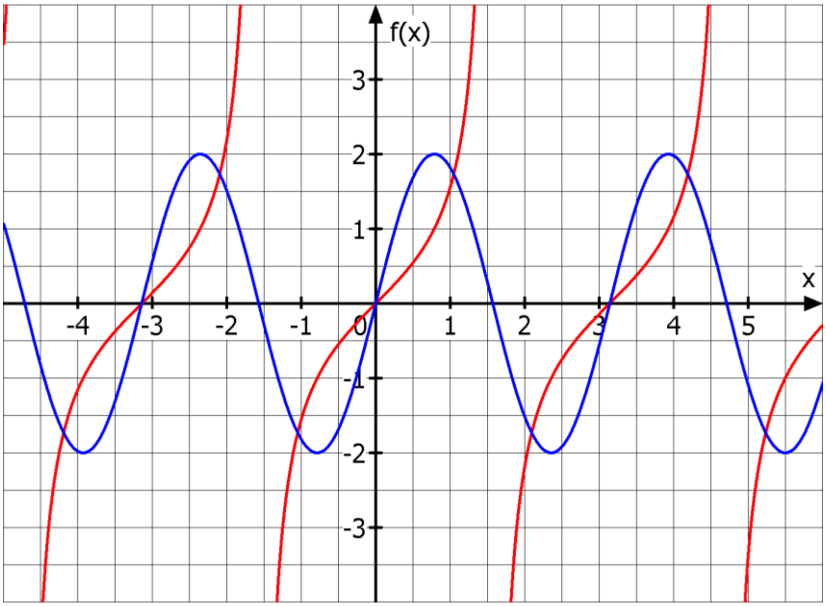
$$4\cdot\sin(x)\cdot\cos(x) = \tan(x) \qquad | \; :(4\cdot\sin(x))$$

$$\cos(x) = \frac{1}{4\cos(x)} \qquad | \; \cdot\cos(x)$$

$$\cos^2(x) = \frac{1}{4}$$

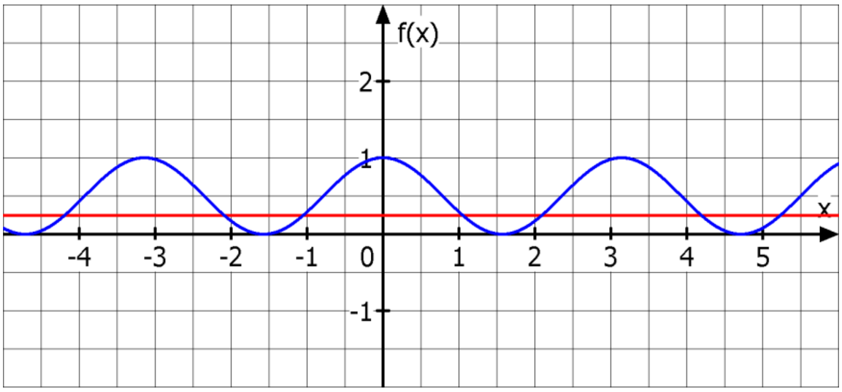
Eine Lösung ist z.B. $x = \frac{\pi}{3}$.

Zur Vertiefung ein paar Schaubilder



$f_1(x) = 4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$

$f_2(x) = \tan(x)$



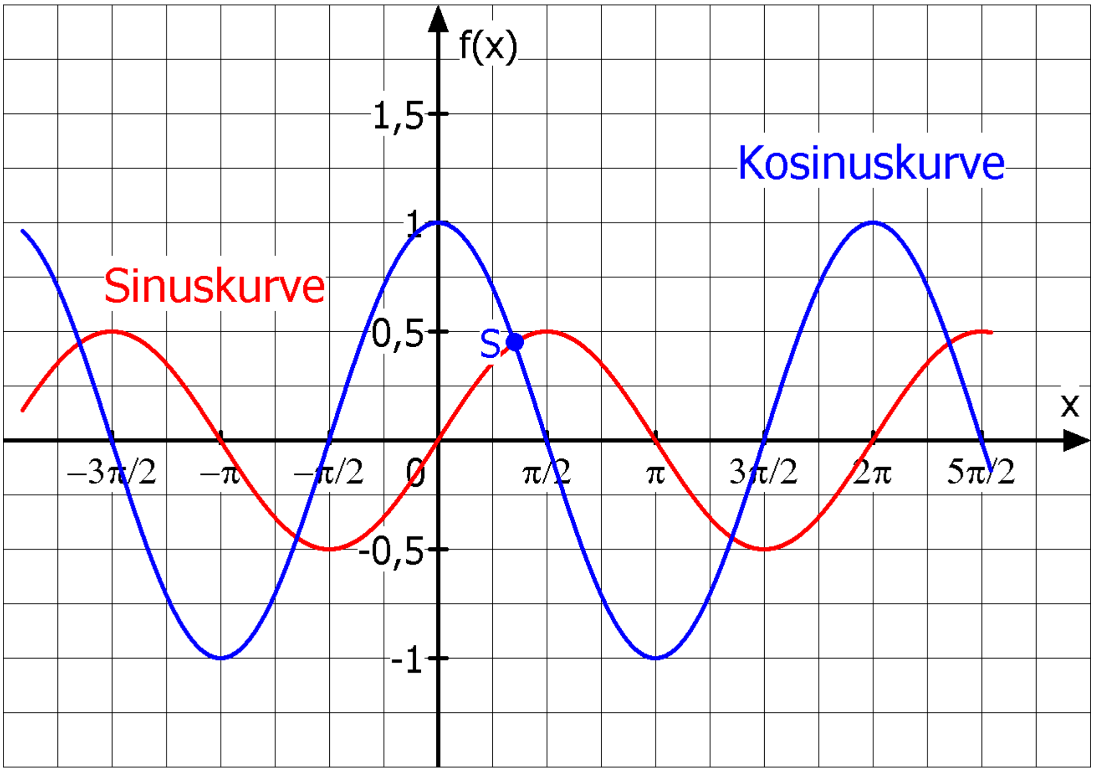
$f_3(x) = \cos^2(x)$

$f_4(x) = 0{,}25$

Durch die dargestellte Umformung werden nicht alle Lösungen erfasst.

Aufgabe 3

a. Schaubilder



b. $\frac{1}{2} \cdot \sin(x) = \cos(x)$

$\tan(x) = 2$

$x = 1{,}11$ S(1,11 | 0,45)