

Übergang Klasse 10/E1 (G9) und Klasse 9/E1 (G8) **Mathematik**

Übungsaufgaben zum Mittelstufenstoff im Fach Mathematik

- a. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen
- b. Systeme linearer Gleichungen
- c. Reelle Zahlen
- d. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen
- e. Potenzen
- f. Potenzfunktionen
- g. Flächen- und Körperberechnungen
- h. Trigonometrie

Lernhilfen

- Die eingeführten Mathematikbücher der Klassen 7, 8, 9 (und 10)
Alle anderen Schulbücher zu diesen Klassenstufen (z.B. aus den Verlagen Klett, Schroedel, Cornelsen, bsv, ...)
- Lernhilfen der Verlage (z.B. Training Mathematik aus dem Klett Verlag, Trainingshefte von Schroedel, Cornelsen, Nachschlagewerke von Duden-Paetec, ...)
- Formelsammlungen Mathematik (z.B. Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ – Formelsammlung für die Sekundarstufen I und II für die Fächer Mathematik, Informatik, Astronomie, Physik, Chemie, Biologie aus dem Cornelsen Verlag; das entsprechende Werk aus dem Verlag Duden-Paetec; Formelsammlungen Mathematik von Duden, Schroedel, Klett, ...)
- Übungsaufgaben und Tests der vergangenen Jahre bei www.mathe-fachberater.de

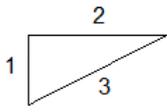
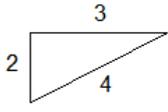
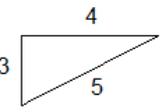
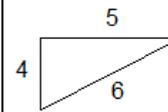
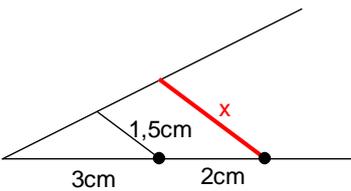
Termine

1. Bearbeitung der Aufgaben bis zum 24. September 2014
2. Bekanntgabe der Lösungen ab 24. September 2014 durch die Fachlehrer
(auch bei: www.mathe-fachberater.de)
3. Vorläufiger Termin für den Test: Mittwoch, 1. Oktober 2014, 3./4. Stunde

Teil A (ohne Verwendung von Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

Von den angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Markieren Sie die richtige Lösung.

	Aufgabe				
1	Ein Würfel hat die Kantenlänge 50 cm. Das Volumen beträgt ...	$1,25 \text{ m}^3$	$125\,000 \text{ dm}^3$	125 cm^3	$125\,000\,000 \text{ mm}^3$
2	Ein Quadrat hat die Seitenlänge 1 m. Der Flächeninhalt beträgt ...	100 cm^2	$1\,000 \text{ cm}^2$	$10\,000 \text{ cm}^2$	$100\,000 \text{ cm}^3$
3	Bei einem Kreis wird der Radius verdoppelt.	Umfang und Flächeninhalt vervierfachen sich.	Umfang und Flächeninhalt verdoppeln sich.	Der Umfang verdoppelt sich, der Flächeninhalt vervierfacht sich.	Der Umfang vervierfacht sich, der Flächeninhalt verdoppelt sich.
4	Das Dreieck ist rechtwinklig. (Seitenlängen in LE)				
5		$x = 2 \text{ cm}$	$x = \frac{5}{3} \text{ cm}$	$x = 2,5 \text{ cm}$	$x = \frac{7}{2} \text{ cm}$
6	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. Keine Nullstelle ist ...	$x = 1$	$x = -2$	$x = 3$	$x = -4$
7	Der Scheitelpunkt einer Parabel mit der zugehörigen Gleichung $p(x) = x^2 + 4x$ ist ...	S(2 -4)	S(4 2)	S(-2 -4)	S(-4 -2)
8	$\sin(x) = -1$	$x = \frac{3}{2}\pi$	$x = \frac{1}{2}\pi$	$x = 2\pi$	$x = \pi$

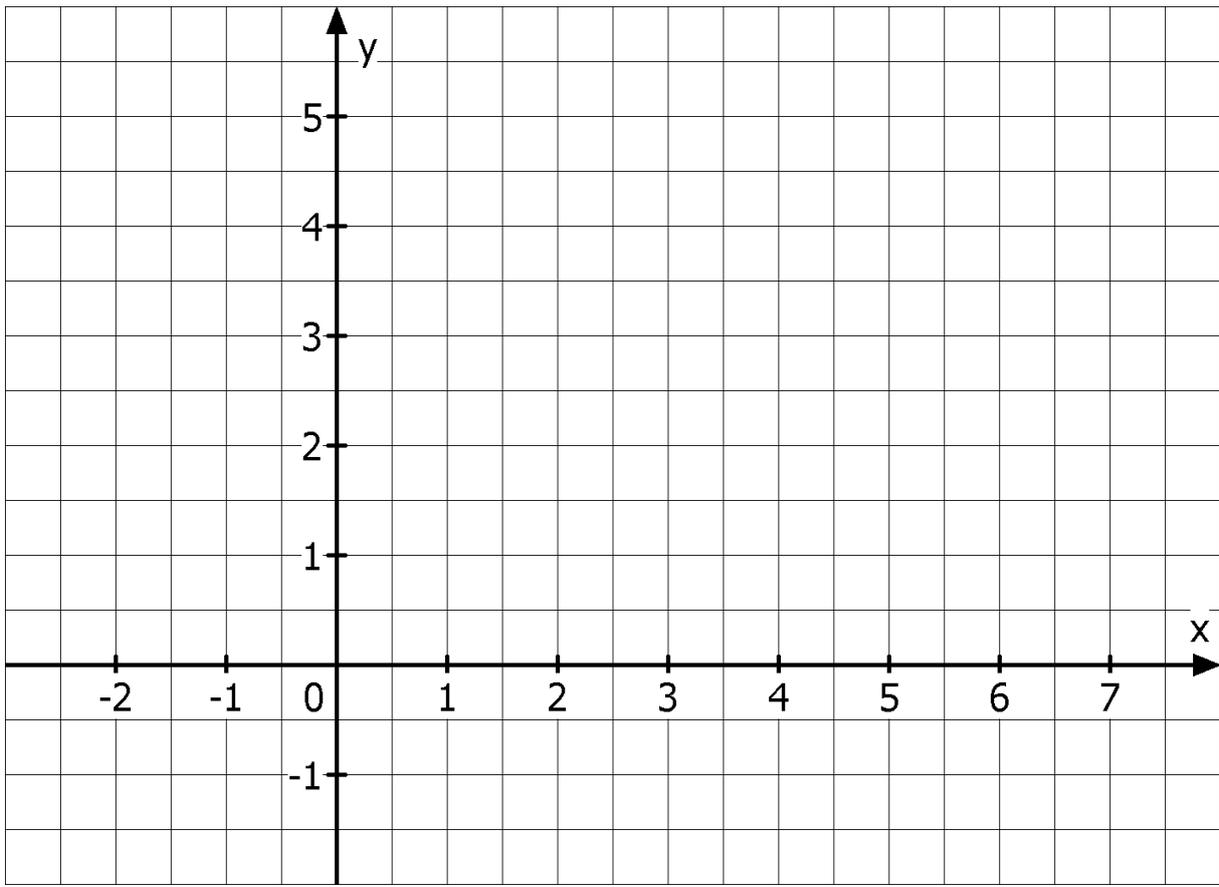
Aufgabe 2

Gegeben sind die Geraden g und h.

Gerade g: $y = -2x + 4$

Gerade h: $y = \frac{1}{2}x - 1$

- Zeichnen Sie die Geraden g und h in das Koordinatensystem ein.
- g und h schneiden sich.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts.



Aufgabe 3

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(I) $2x - \frac{1}{2}y = -9$

(II) $6x + \frac{9}{2}y = 9$

Teil B (mit Verwendung von Hilfsmitteln)

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

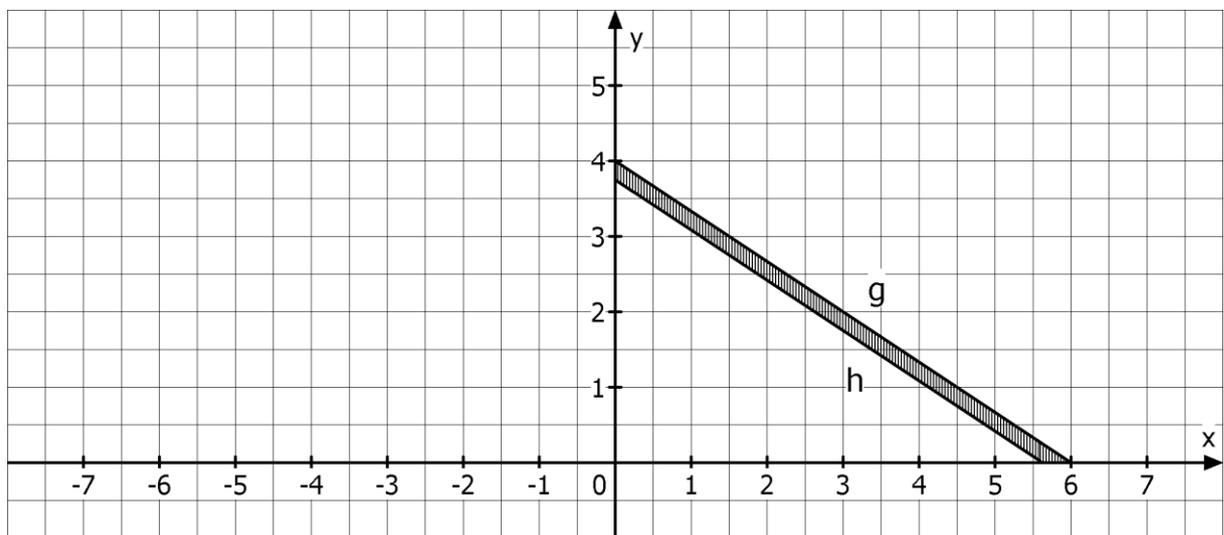
Aufgabe 1

Gegeben sind die Geraden g und h.

Die Gerade g hat die Gleichung $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

Die Gerade h hat die gleiche Steigung wie die Gerade g, der y-Achsenabschnitt ist 3,75.

- Geben Sie die Gleichung der Geraden h an.
- Spiegeln Sie die Geraden g und h an der y-Achse. Die Spiegelgeraden seien g^* und h^* . Zeichnen Sie die Geraden g^* und h^* nur für das entsprechende eingeschränkte Intervall. Schraffieren Sie auch hier die eingeschlossene Fläche.



- Geben Sie die Gleichungen der Geraden g^* und h^* an.

Die in der Zeichnung schraffierten Flächen stellen die sichtbaren Flächen zweier Dachgiebelbalken dar. Diese Flächen sollen mit einer Lackfarbe gestrichen werden. Dies gilt auch für die beiden Balken auf der Rückseite des Hauses.

Längen sind für die weiteren Berechnungen in der Einheit Meter einzusetzen.

- Bestimmen Sie den Flächeninhalt der vier Balkenflächen
- Für einen Quadratmeter Balkenfläche benötigt man 75ml Lackfarbe. Ein Baumarkt bietet die gewünschte Farbe in drei verschiedenen Mengen an. Die große Dose mit 750ml kostet 20,46€, die mittelgroße Dose mit 380ml koste 11,82€ und die kleine Dose mit 125ml kostet 5,79€. Ermitteln Sie den günstigsten Farbeinkauf.

Aufgabe 2

Lukas und Fredi wollen von Darmstadt nach Berlin fahren. Sie überlegen, ob sie mit einem Fernbus oder mit dem eigenen Auto fahren sollen. Sie rechnen mit folgenden Daten:

MeinFernbus: 22,00€ pro Person, 7h50min Fahrzeit, 583km

Auto: Durchschnittsgeschwindigkeit 100km/h, gleiche Fahrstrecke, 9,5ct pro km



<https://encrypted-tbn0.gstatic.com>

- a. Ermitteln Sie die finanziell günstigere Reisemöglichkeit. Die Abnutzung des Autos soll dabei nicht berücksichtigt werden.
- b. Lukas und Fredi wählen das eigene Auto. Sie fahren eine Stunde nach dem Fernbus in Darmstadt los.
 - Zeigen Sie mithilfe eines Rechenansatzes, dass sie den Fernbus auf der Fahrt nach Berlin überholen.
Geben Sie an, nach welcher Zeit sie den Bus einholen.
 - Lösen Sie das Problem graphisch.
- c. Bestimmen Sie die Länge der Fahrstrecke, nach der die Autofahrt die Kosten der Busfahrt erreicht.



2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

- a. Lösen Sie das LGS mit Hilfe eines Verfahrens Ihrer Wahl und machen Sie danach die Probe. Die Taschenrechnerlösung reicht nicht!

$$\text{I) } 6x + \frac{1}{2}y = -\frac{1}{2}y + 5x$$

$$\text{II) } x = \frac{1}{3}y + 2x - 8$$

- b. Vereinfachen Sie auch hier zunächst die Gleichungen des linearen Gleichungssystems und lösen Sie dieses System dann mit Hilfe des Additionsverfahrens. Geben Sie die Lösungsmenge an.

$$I) \quad \frac{1}{3} \cdot (x + 6) - 2y = x + \frac{2}{3} + 2y$$

$$II) \quad y - x = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \cdot (x + 2y)$$

c. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Die Lösungsvariablen seien x und y, die Formvariable sei a.

$$I) \quad ax - \frac{1}{2}y = a$$

$$II) \quad 3ax - y = 3a + 1$$

Welche Bedingung muss die Formvariable a erfüllen, damit das Gleichungssystem genau eine Lösung hat? Geben Sie diese Bedingung an.

Aufgabe 2

Nikolas und Kim planen eine große Islandrundreise. Im Katalog eines Reiseanbieters finden sie ein Paket aus Flug, Unterkünften und Mietwagen für 3600€ pro Person.

Daraufhin recherchieren die beiden selbst im Internet:

- Die Flüge sind 20% billiger.
- Der Mietwagen ist 10% teurer.
- Die Unterkünfte kosten gleich viel.

Bei dieser Variante müssten sie 21€ pro Person mehr ausgeben.

Buchen Sie nur den Flug und die Unterkünfte im Internet, müssen sie dafür 2004€ pro Person bezahlen. In Island reisen sie dann mit Linienbussen.

Berechnen Sie die Einzelpreise des Reiseanbieters für den Flug, die Unterkünfte und den Mietwagen.

Hinweis: Das LGS dürfen Sie gerne mithilfe Ihres Taschenrechners lösen.

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Vereinfachen Sie die Terme.

$$1. \quad \sqrt{\frac{3}{8}iq^3} \cdot \sqrt{\frac{(2iq)^3}{3i^2q^4}} =$$

$$2. \quad \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{0,125}} =$$

b. Machen Sie den Nenner rational. Schreiben Sie alle Umformungen auf.

$$1. \quad \frac{6 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{30}} =$$

$$2. \quad \frac{2q\sqrt{2i^3q^2}}{\sqrt{16(iq)^4}} =$$

Aufgabe 2

Lösen Sie die beiden Gleichungen und machen Sie die Probe.
Geben Sie danach die Lösungsmenge an.

a. $\sqrt{\frac{1}{2}x - 1} = x - 30$

b. $\frac{x^2 + 9}{x + 1} = 9$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

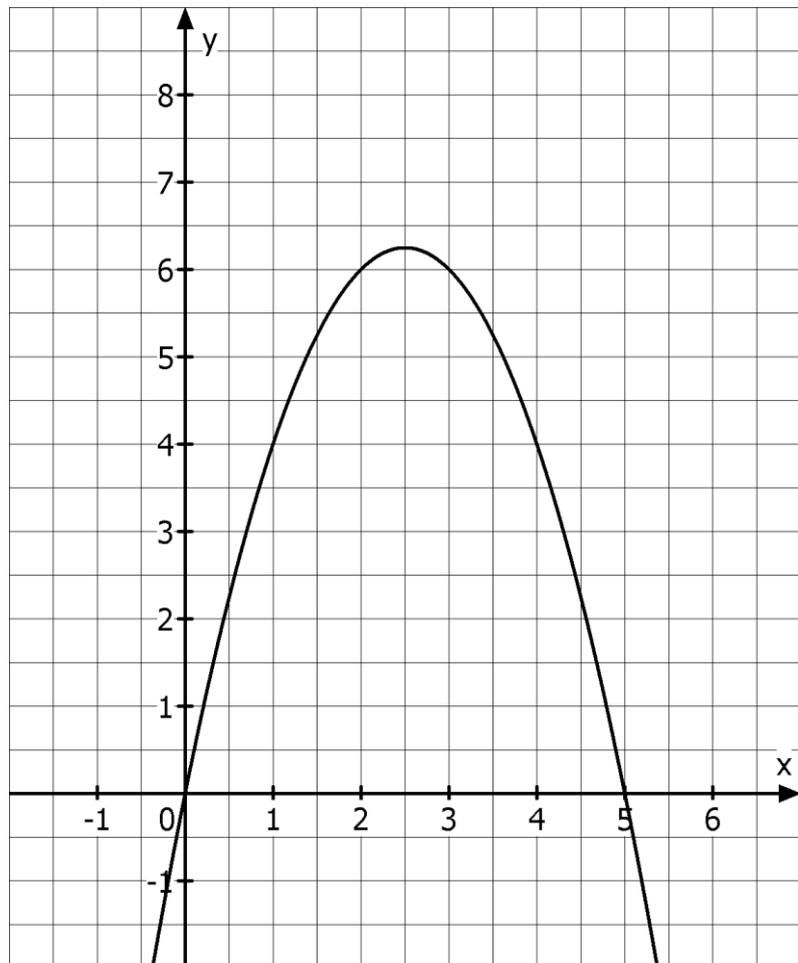
Aufgabe 1

Gegeben sind die Parabel p
und die Gerade g_b mit den
Funktionsgleichungen

$$p(x) = -x^2 + 5x \quad \text{und}$$

$$g_b(x) = \frac{1}{2}x + b \quad ; \quad b \in \mathbb{R}$$

Die Parabel p ist im neben
stehenden Koordinatensystem
dargestellt.



- Bestimmen Sie für die Parabel p die Schnittpunkte mit der x - Achse und die Koordinaten des Scheitelpunkts rechnerisch.
(Ablesen aus dem Schaubild genügt hier natürlich nicht!)
- Die Geraden g_b können die Parabel p in keinem Punkt, in genau einem Punkt oder in zwei Punkten schneiden.

Geben Sie für jeden der drei Fälle eine Funktionsgleichung der Geraden g_b an.
Zeichnen Sie die zugehörigen Geraden in das Koordinatensystem ein.

- c. Untersuchen Sie die Schnittmöglichkeiten für die Parabel und die Ursprungsgeraden h_a mit der Gleichung

$$h_a(x) = ax \quad ; \quad a \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen können wir mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, mit der pq-Formel oder mit der abc-Formel lösen.

abc-Formel: $ax^2 + bx + c = 0$

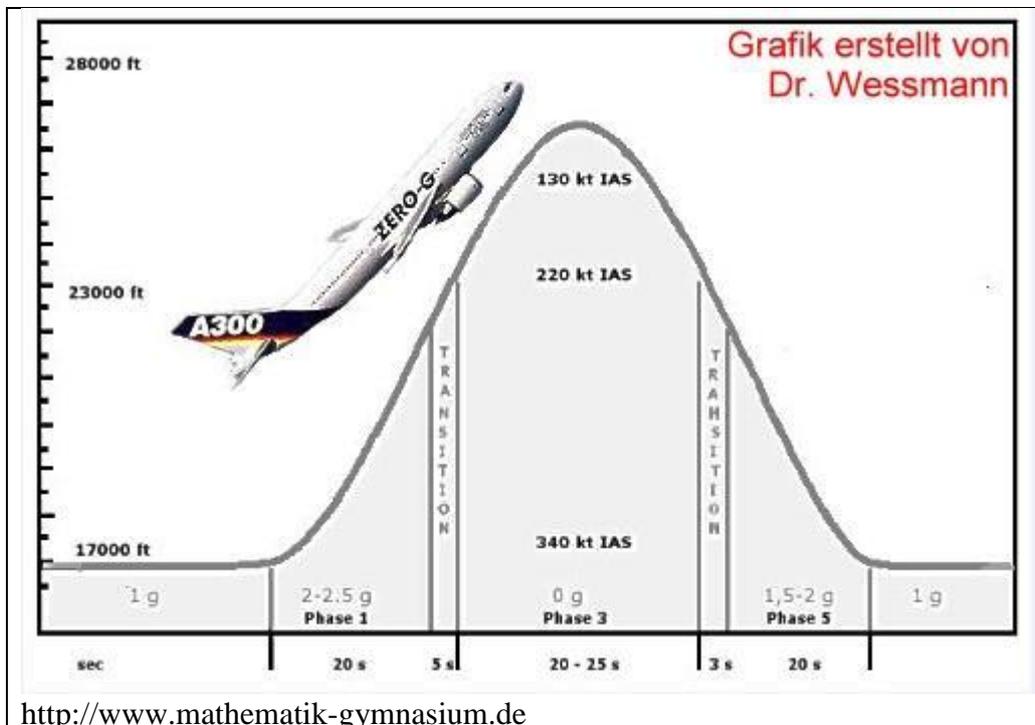
pq-Formel: $x^2 + px + q = 0$

$x_{1/2} =$

$x_{1/2} =$

Lösen Sie die Gleichung ohne TR: $3x^2 + 7x - 6 = 0$

Aufgabe 3



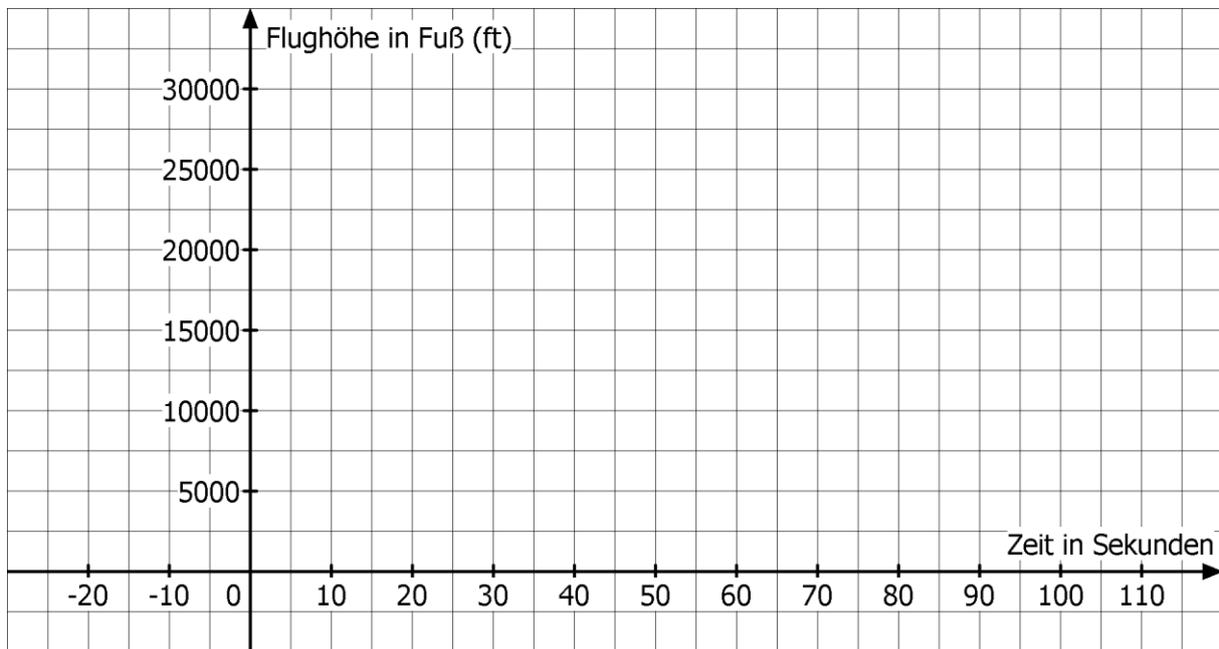
<http://www.mathematik-gymnasium.de>

Die Grafik zeigt den Verlauf eines Parabelfluges, wie er mit dem Airbus A300 durchgeführt wurde. Die Flughöhen sind in der Einheit Fuß angegeben.

- a. Nähern Sie die Flugbahn durch eine Parabel 2. Ordnung an und geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung an.

Anleitung: Der Parabelflug soll zur Zeit $t = 0$ s beginnen.

b. Zeichnen Sie die Flugbahn in das Koordinatensystem ein.



c. Bestimmen eine Parabelgleichung für die Flughöhe in der Einheit Meter.

5. Potenzen

1. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

a. $3,2 \cdot 3^5 - 3,4 \cdot 3^5$

b. $3^3 \cdot 0,3^3$

c. $(0,25^{-2})^{-\frac{1}{4}}$

d. $(a^{a+b})^{a-b}$

e. $(ab)^{-10} : (ab)^{c-10}$

f. $\frac{0,3^{9a}}{2,7^{3a}}$

2. Berechnen Sie den Wert des Terms mit dem Taschenrechner und geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung an.

Runden Sie dabei auf 2 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{20,5 \cdot (\sqrt[3]{5} + \sqrt{5})^{-2} - \frac{3}{4} \cdot 0,45^2}{24,3 + (\sqrt{10} - 10)^2}$$

6. Potenzfunktionen

Aufgabe 1

Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 .

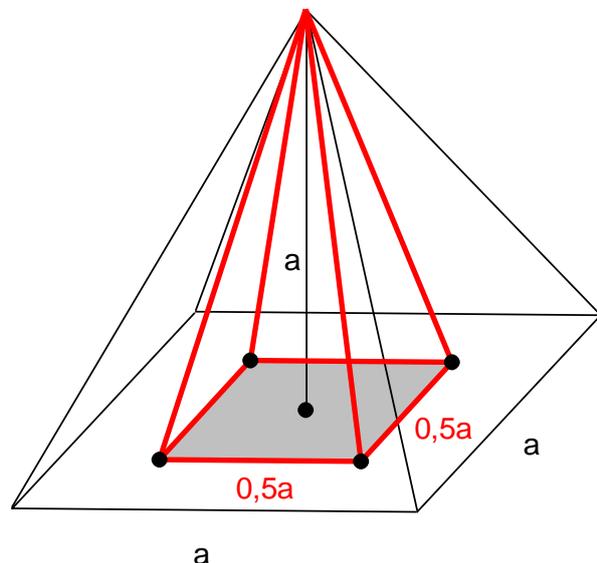
$$f_1 : x \mapsto \frac{4}{4-x} \quad \text{und} \quad f_2 : x \mapsto -x+4$$

- Geben Sie für beide Funktionen jeweils die maximale Definitions- und Wertemenge an. Zeichnen Sie die Schaubilder der Funktionen f_1 und f_2 in ein geeignetes Koordinatensystem.
- Untersuchen Sie die Schaubilder im Hinblick auf horizontale und vertikale Asymptoten. Falls Asymptoten vorhanden sind, geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.
- Die Schaubilder der Funktionen f_1 und f_2 schneiden sich. Berechnen Sie den Abstand der beiden Schnittpunkte.
- Die Schaubilder der Funktionen f_1 und f_2 sollen nun einmal an der x Achse und einmal an der y -Achse gespiegelt werden.
 - Geben Sie die Funktionsgleichungen nach der jeweiligen Spiegelung an.
 - Zeichnen Sie die an der y -Achse gespiegelten Schaubilder in das Koordinatensystem ein.

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

Gegeben ist eine senkrechte quadratische Pyramide. Die Grundfläche hat die Seitenlänge a und die Höhe a . In diese Pyramide wird wie in der Zeichnung eine zweite Pyramide einbeschrieben. Die Seitenlänge der Grundfläche ist nun halb so groß wie vorher, die Höhe bleibt gleich.



- Ermitteln Sie das Volumen der beiden Pyramiden in Abhängigkeit von a .

- V_1 sei das Volumen der ersten Pyramide, V_2 das der zweiten Pyramide, V_3 das Volumen der dritten Pyramide, für die die Seitenlänge der Grundfläche wieder halbiert wird.

Zeigen Sie:

Das Volumen der n -ten Pyramide kann man mit der folgenden Formel bestimmen.

$$V_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-2} \cdot a^3$$

- c. Berechnen Sie das Volumen der dritten Pyramide für $a = 10\text{cm}$.
- d. Berechnen Sie den Flächeninhalt einer Seitenfläche für die erste Pyramide in Abhängigkeit von a und für $a = 10\text{cm}$.

Aufgabe 2

Der „Pool Elliptic“ besteht aus zwei halben Kreiszylindern und einem Quader. Im Werbetext sind die Außenmaße angegeben.

- a. Berechnen Sie das maximale Fassungsvermögen des Pools.
- b. Ermitteln Sie die Innenmaße und die Wandstärke des Pools, die sich nach den Angaben im Text ergeben.

Hinweis: Sie können ein Gleichungssystem aufstellen und dieses dann lösen.

Kommentar: Die Aufgabe ist nicht ganz einfach!

Aus der Werbung der Firma Philipps:

aufblasbarer Pool Elliptic * ~~24,95~~
19,95

- mit extra breiten Seitenwänden
- robustes Vinyl
- Fassungsvermögen: 536 Liter (bei 75%-iger Füllung)

234 x 152 x 51 cm

aufroll Luftma
 • mit elas Einzelka
 • versch. l

213 x 86 c

* ~~5,95~~
4,95

Viele Artikel auch im Onlineshop! www.thomas-philipp.de

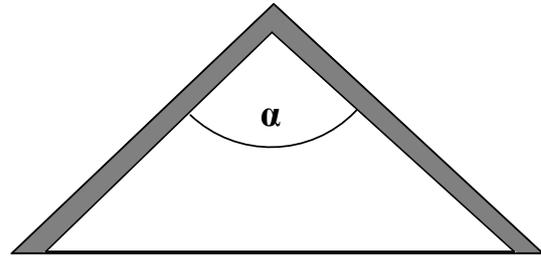
- c. Berechnen Sie das Luftvolumen für folgende Innenmaße:
 30cm Wandstärke, 45cm Innenradius, 80cm Quaderlänge

8. Trigonometrie

Aufgabe 1

Die - nicht maßstäbliche - Abbildung zeigt die Dachgiebelbalken aus Aufgabe 1.

Berechnen Sie die Größe des Winkels α .



Aufgabe 2

Gegeben sind die Funktionen f_a mit $f_a(x) = a \cdot \sin(x)$ und f_b mit $f_b(x) = b \cdot \cos(x)$.

- Im unten stehenden Koordinatensystem sind zwei Schaubilder gezeichnet. Geben Sie die zugehörigen Funktionsgleichungen an.
- Ermitteln Sie die Koordinaten der eingezeichneten Schnittpunkte S_1 , S_2 und S_3 rechnerisch.

