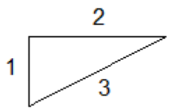
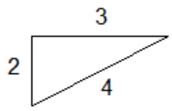
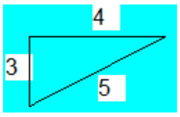
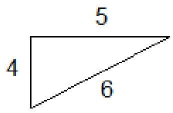
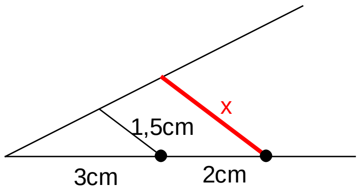
Lösungen zu den Übungsaufgaben Übergang 10/E1 (G9) und 9/E1 (G8) 2014/2015
0hne Gewähr !

Teil A (ohne Verwendung von Hilfsmitteln)

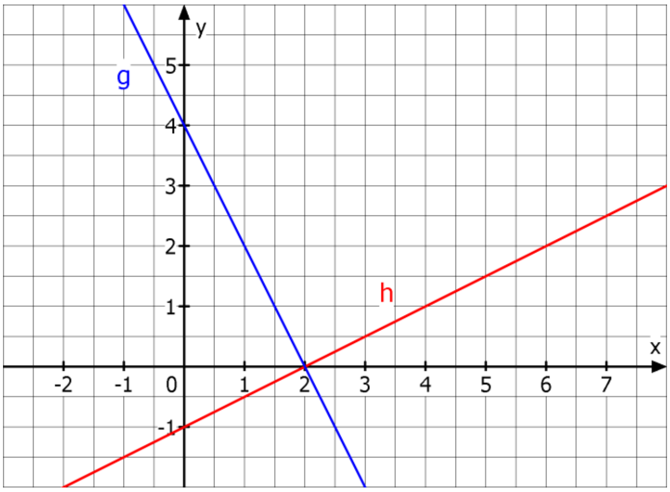
Aufgabe 1

Von den angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Markieren Sie die richtige Lösung.

	Aufgabe				
1	Ein Würfel hat die Kantenlänge 50 cm. Das Volumen beträgt …	1,25 m^3	125 000 dm^3	125 cm^3	125000000 mm^3
2	Ein Quadrat hat die Seitenlänge 1 m. Der Flächeninhalt beträgt …	100 cm^2	1 000 cm^2	10 000 cm^2	100 000 cm^2
3	Bei einem Kreis wird der Radius verdoppelt.	Umfang und Flächeninhalt vervierfachen sich.	Umfang und Flächen-inhalt verdoppeln sich.	Der Umfang verdoppelt sich, der Flächeninhalt vervierfacht sich.	Der Umfang vervierfacht sich, der Flächeninhalt verdoppelt sich.
4	Das Dreieck ist rechtwinklig. (Seitenlängen in LE)				
5		x = 2 cm	$x = \frac{5}{3}$ cm	x = 2,5 cm	$x = \frac{7}{2}$ cm
6	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. **Keine** Nullstelle ist …	x = 1	x = – 2	x = 3	x = – 4
7	Der Scheitelpunkt einer Parabel mit der zugehörigen Gleichung $p(x) = x^2 + 4x$ ist …	S(2|–4)	S(4|2)	S(–2|–4)	S(–4|–2)

8	$\sin(x) = -1$	$x = \frac{3}{2}\pi$	$x = \frac{1}{2}\pi$	$x = 2\pi$	$x = \pi$

Aufgabe 2



$g \cap h:$

$$-2x + 4 = \frac{1}{2}x - 1$$

$x = 2$

$S(2|0)$

Aufgabe 3

$x = -3$; $y = 6$

Teil B (mit Verwendung von Hilfsmitteln)

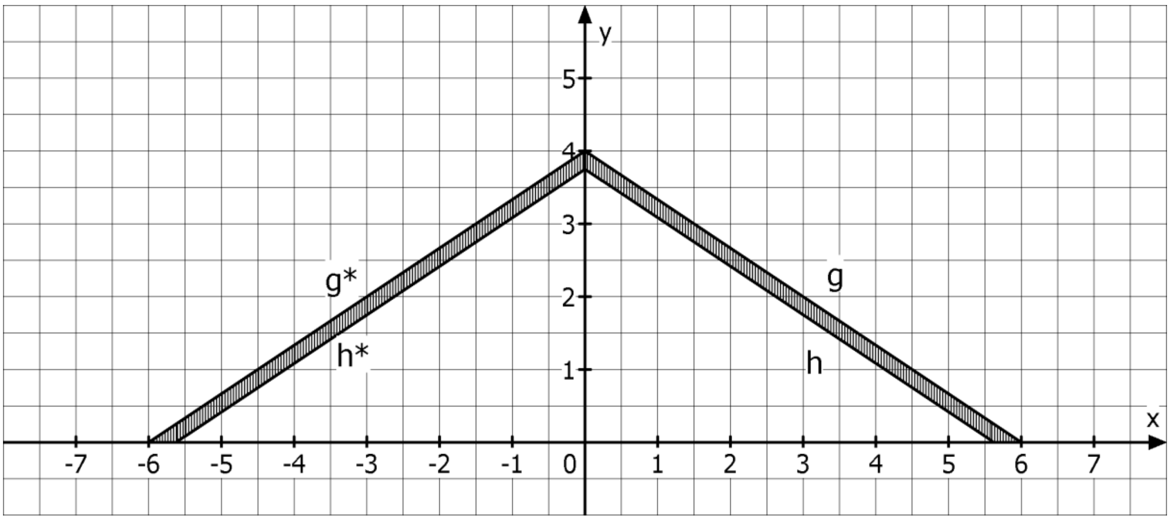
---

1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

Aufgabe 1

a. h: $y = -\frac{2}{3}x + 3{,}75$

b. Zeichnung



c. g*: $y = \frac{2}{3}x + 4$; h*: $y = \frac{2}{3}x + 3{,}75$

d. Schnittstellen der Geraden g und h auf der x-Achse
g: x = 6 ; h: x = 5,625
Balkenfläche: $A_{Balken} = A_g - A_h$ (nur der rechte Balken)
$A_g = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ [m²] ; $A_h = \frac{1}{2} \cdot 5{,}625 \cdot 3{,}75 = \frac{675}{64} \approx 10{,}55$ $[m^2]$
$4 \cdot A_{Balken} = 4 \cdot 1{,}45 = 5{,}8$ $[m^2]$
Man benötigt 435ml Farbe. Man sollte eine mittelgroße und eine kleine Dose Lackfarbe kaufen.

Aufgabe 2

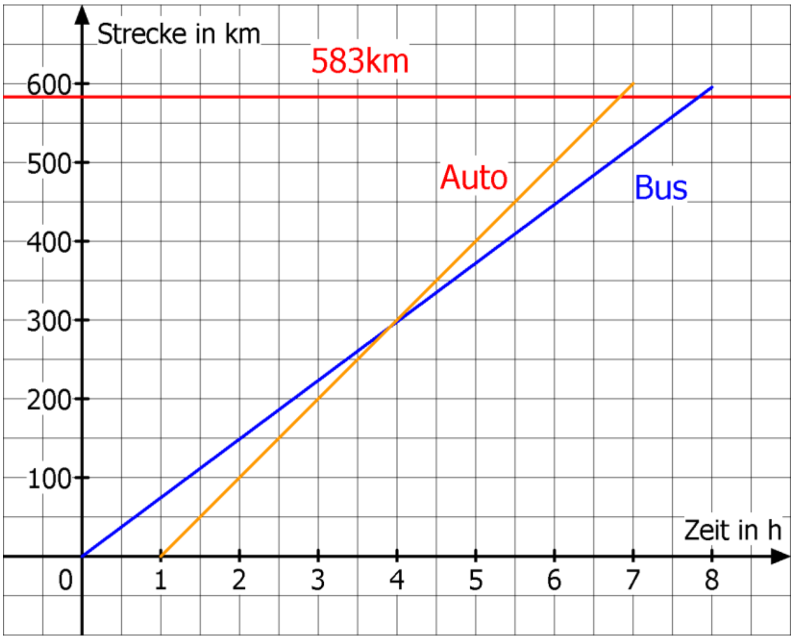
a. Die Fahrt mit MeinFernbus kostet für zwei Personen 44,00€. Die Autofahrt kostet 55,39€. Die Busfahrt ist finanziell günstiger.

b. Durchschnittsgeschwindigkeit des Busses: $v = \frac{583\,km}{7h50\,min} \approx \frac{583\,km}{7{,}83h} \approx 74{,}43\frac{km}{h}$

Ansatz: $74{,}43 \cdot t = 100 \cdot (t-1)$
$t \approx 3{,}9$ [h]

Nach 2 Stunden und 54 Minuten holen Lukas und Fredi den Bus ein.

Graphische Lösung



c. Ansatz: $0{,}095€ \cdot x = 44€$; $x \approx 463{,}16$ km

Aufgabe 3

a. $x = 12 \quad ; \quad y = -12$

b. $x = -1 \quad ; \quad y = 0{,}5$

c.
$$\begin{array}{llcll} \text{I)} & ax - \frac{1}{2}y & = & a & \mid \cdot (-3) \\ \text{II)} & 3ax - y & = & 3a + 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{llcll} \text{I)} & -3ax + \frac{3}{2}y & = & -3a & (+) \\ \text{II)} & 3ax - y & = & 3a + 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \text{I)} & ax - \frac{1}{2}y & = & a \\ \text{II)} & \frac{1}{2}y & = & 1 \end{array}$$

$y = 2$ in Gleichung (I) einsetzen: $\quad ax - 1 = a \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{a+1}{a} \quad ; \quad a \neq 0$

2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

Flug F, Unterkünfte U und Mietwagen M

(I)	$F + U + M = 3600$	$F = 630€$
(II)	$0{,}8F + U + 1{,}1M = 3621$	$U = 1500€$
(III)	$0{,}8F + U = 2004$	$M = 1470€$

3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. 1. $\sqrt{\frac{3}{8}iq^3} \cdot \sqrt{\frac{(2iq)^3}{3i^2q^4}} = iq$ 2. $\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{0{,}125}} = 2$

b. 1. $\frac{6\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{30}}=\sqrt{6}$ 2. $\frac{2q\sqrt{2i^3q^2}}{\sqrt{16(iq)^4}}=\frac{\sqrt{2i}}{2i}$

Aufgabe 2

a. $\sqrt{\frac{1}{2}x-1} = x-30 \quad |\ (\,)^2$

$\frac{1}{2}x-1 = x^2-60x+900$

$x^2-60{,}5x+901 = 0$ $x_1 = 34$; $x_2 = 26{,}5$; $L=\{34\}$

b. $\frac{x^2+9}{x+1}=9$; $x^2+9=9\cdot(x+1)$; $x^2-9x=0$; $L=\{0;9\}$

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

a. $N_1(0|0)$, $N_2(5|0)$, $S(2{,}5|6{,}25)$

b. Genau ein Schnittpunkt:

$-x^2+5x=\frac{1}{2}x+b$

$x^2-\frac{9}{2}x+b=0$

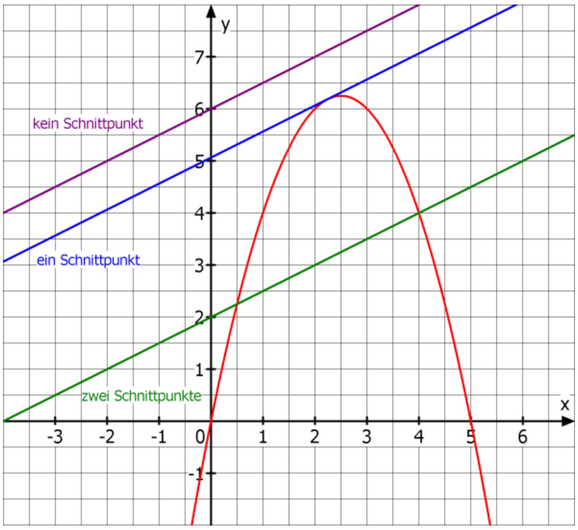
$x_{1/2}=\frac{9}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2-b}$

$b=\frac{81}{16}$

Kein Schnittpunkt: $b>\frac{81}{16}$

Zwei Schnittpunkte: $b<\frac{81}{16}$

Viele Lösungen für die Geraden!



c. Möglicher Ansatz: $-x^2+5x=ax$; $x^2+ax-5x=0$; $x\cdot(x+a-5)=0$

$x = 0$ oder $(x + a - 5) = 0$

$x_1 = 0$; $x_2 = 5 - a$

Für a = 5 gibt es genau einen Schnittpunkt, sonst gibt es zwei Schnittpunkte.

Aufgabe 2

$x_1=\frac{2}{3}$; $x_2=-3$ (Formeln siehe Formelsammlung)

Aufgabe 3

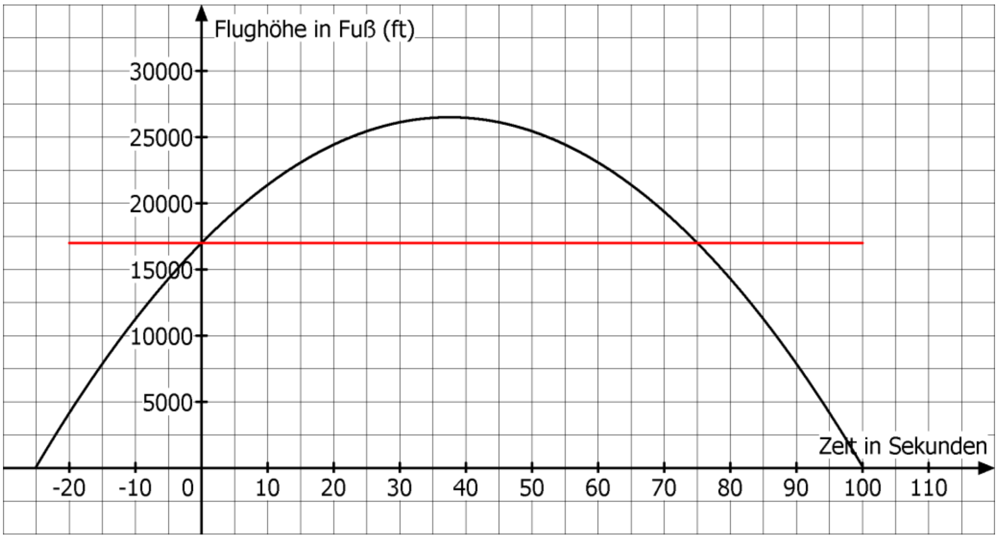
a. $p(x) = ax^2 + bx + c$

(I)	p(0) = 17000	|	0a + 0b + c = 17000
(II)	p(75) = 17000	|	75^2a + 75b +c = 17000
(III)	p(37,5) = 26500	|	$37{,}5^2$ + 37,5b + c = 26500

$a = -\frac{304}{45} \approx -6{,}76 \quad ; \quad b = \frac{1520}{3} \approx 506{,}67 \quad ; \quad c = 17000$

$p(x) = -6{,}76x^2 + 506{,}67x + 17\,000$

b.



c. 1ft ≈ 0,3048 m
p(x) = $-2{,}06x^2 + 154{,}43x + 5181{,}6$

5. Potenzen

1. a. $3{,}2 \cdot 3^5 - 3{,}4 \cdot 3^5 = -0{,}2 \cdot 3^5$

b. $3^3 \cdot 0{,}3^3 = 3^6 \cdot 0{,}1^3$

c. $(0{,}25^{-2})^{-\frac{1}{4}} = 0{,}5$

d. $(a^{a+b})^{a-b} = a^{a^2-b^2}$

e. $(ab)^{-10} : (ab)^{c-10} = (ab)^{-c}$

f. $\frac{0{,}3^{9a}}{2{,}7^{3a}} = \frac{0{,}3^{9a}}{(0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 100)^{3a}} = \frac{0{,}3^{9a}}{0{,}3^{9a} \cdot 100^{3a}} = \frac{1}{100^{3a}}$

2. $1{,}64 \cdot 102^{-2}$

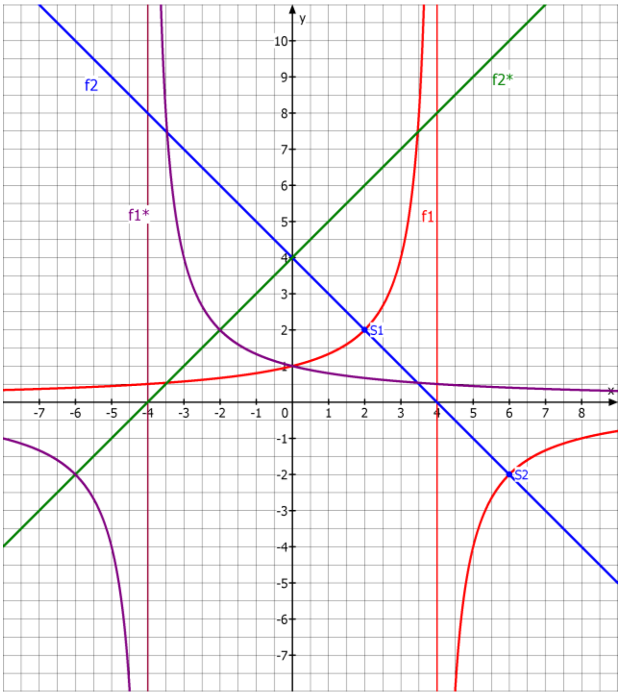
6. Potenzfunktionen

a. $f_1: \quad D_{f_1,max} = IR \setminus \{4\}$

$\quad W_{f_1,max} = IR \setminus \{0\}$

$f_2: \quad D_{f_2,max} = IR$

$\quad W_{f_2,max} = IR$



b. Für $x \to \pm\infty$ hat die Hyperbel die x-Achse als horizontale Asymptote (y = 0).
Zu f_1: vertikale Asymptote bei x = 4
Die Gerade hat keine Asymptoten.

c. Ansatz: $f_1(x) = f_2(x)$; $S_1(2 \mid 2)$ und $S_2(6 \mid -2)$; $d = 4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ [LE]

d. Spiegelung an der y-Achse: $f_1^*(x) = \dfrac{4}{4+x}$; $f_2^*(x) = x + 4$

Spiegelung an der x-Achse: $f_1^{**}(x) = \dfrac{4}{x-4}$; $f_2^{**}(x) = x - 4$

Schaubilder siehe oben.

7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

Teilaufgaben a. und b.

$$V_1 = \frac{1}{3}\cdot(a^2\cdot a) = \frac{1}{3}a^3 = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot a^3$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\cdot(\frac{a^2}{4}\cdot a) = \frac{1}{12}a^3 = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot a^3$$

$$V_3 = \frac{1}{3}\cdot(\frac{a^2}{16}\cdot a) = \frac{1}{48}a^3 = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot a^3$$

$$V_4 = \quad \cdots \quad = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot a^3$$

$$V_5 = \quad \cdots \quad = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8\cdot a^3$$

Für die Exponenten erhält man die Zahlenfolge 0, 2,4, 6, 8, 10, …
Diese kann man mit dem Term (2n – 2) beschreiben.

c. $V_3 = \frac{125}{6} \approx 20{,}83\ [cm^3]$

d. Höhe des Seitendreiecks: $h_a^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5}{4}a^2 \qquad h_a = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

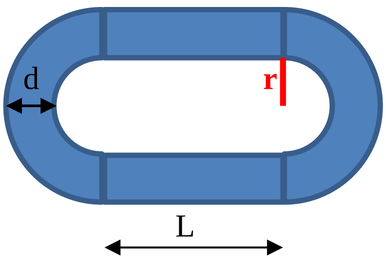
$$A_\Delta = \frac{1}{2}\cdot a\cdot h_a = \frac{1}{4}a^2\sqrt{5}$$

$a = 10cm\ :\quad A_\Delta \approx 55{,}90\,cm^2$

Aufgabe 2

a. $V_{max} \approx 714{,}67$ Liter

b.



r Innenradius
d Wandstärke
L Länge des Quaders

Zeichnung nicht maßstäblich.

Möglicher Lösungsansatz:

(I) $152 = 2r + 2d$
(II) $234 = 2r + 2d + L$
(III) $536000 = 0{,}75 \cdot (\pi r^2 + L \cdot 2r) \cdot 51$
$14013{,}07 = \pi r^2 + L \cdot 2r$

(I) und (II) : $152 = 2r + 2d$
$234 - L = 2r + 2d$
$152 = 234 - L \quad \rightarrow \quad L = 82$ [cm]

----

in (III) : $\pi r^2 + 164r - 14013{,}07 = 0$ (quadratische Gleichung)
$r_1 \approx 45{,}6$ [cm] ($r_2 \approx -97{,}81$ hat hier keine Bedeutung)

----

in (I) : $d \approx 30{,}4$ [cm]

c. $A_{Kreisring} = \pi \cdot (r_a^2 - r_i^2)$ ($r_a = 76$cm)
$A_{\text{“Quader“}} = 2 \cdot L \cdot d$
$A_{gesamt} = A_{Kreisring} + A_{\text{“Quader“}}$; $A_{gesamt} \approx 16584{,}11\text{cm}^2$

$V_{Luft} = A_{gesamt} \cdot 51\text{cm}$; $V_{Luft} \approx 845790\text{cm}^3 \approx 846$ Liter

<u>8. Trigonometrie</u>

<u>Aufgabe 1</u>

$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{6}{4}$; $\alpha \approx 112{,}6°$

<u>Aufgabe 2</u>

a. rote Kurve: $f(x) = 2 \cdot \cos(x)$
blaue Kurve: $f(x) = 0{,}5 \cdot \sin(x)$

b. Möglicher Ansatz: $0{,}5 \cdot \sin(x) = 2 \cdot \cos(x)$

$$\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = 4$$

$\tan(x) = 4$; $x \approx 1{,}33$

$S_1(1{,}33|0{,}49)$; $S_2(4{,}47|-0{,}49)$; $S_3(7{,}61|0{,}49)$
$x_2 = \pi + 1{,}33$; $x_3 = 2\pi + 1{,}33$