

Übergang Klasse 10/E1 (G9) und Klasse 9/E1 (G8)  
**Mathematik**

---

Übungsaufgaben zum Mittelstufenstoff im Fach Mathematik

- a. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen
- b. Systeme linearer Gleichungen
- c. Reelle Zahlen
- d. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen
- e. Potenzen
- f. Potenzfunktionen
- g. Flächen- und Körperberechnungen
- h. Trigonometrie

Lernhilfen

- Die eingeführten Mathematikbücher der Klassen 7, 8, 9 (und 10)  
Alle anderen Schulbücher zu diesen Klassenstufen ( z.B. aus den Verlagen Klett, Schroedel, Cornelsen, bsv, ... )
- Lernhilfen der Verlage ( z.B. Training Mathematik aus dem Klett Verlag, Trainingshefte von Schroedel, Cornelsen, Nachschlagewerke von Duden-Paetec, ... )
- Formelsammlungen Mathematik ( z.B. Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ – Formelsammlung für die Sekundarstufen I und II für die Fächer Mathematik, Informatik, Astronomie, Physik, Chemie, Biologie aus dem Cornelsen Verlag; das entsprechende Werk aus dem Verlag Duden-Paetec; Formelsammlungen Mathematik von Duden, Schroedel, Klett, ... )
- Übungsaufgaben und Tests der vergangenen Jahre bei [www.mathe-fachberater.de](http://www.mathe-fachberater.de)


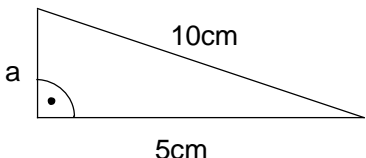
Termine

1. Bearbeitung der Aufgaben bis zum 25. September 2015
2. Bekanntgabe der Lösungen ab 25. September 2015 durch die Fachlehrer (auch bei: [www.mathe-fachberater.de](http://www.mathe-fachberater.de))
3. Vorläufiger Termin für den Test: Freitag, 2. Oktober 2015, 3./4. Stunde

Teil A (ohne Verwendung von Hilfsmitteln)

Aufgabe 1

Von den angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Markieren Sie die richtige Lösung.

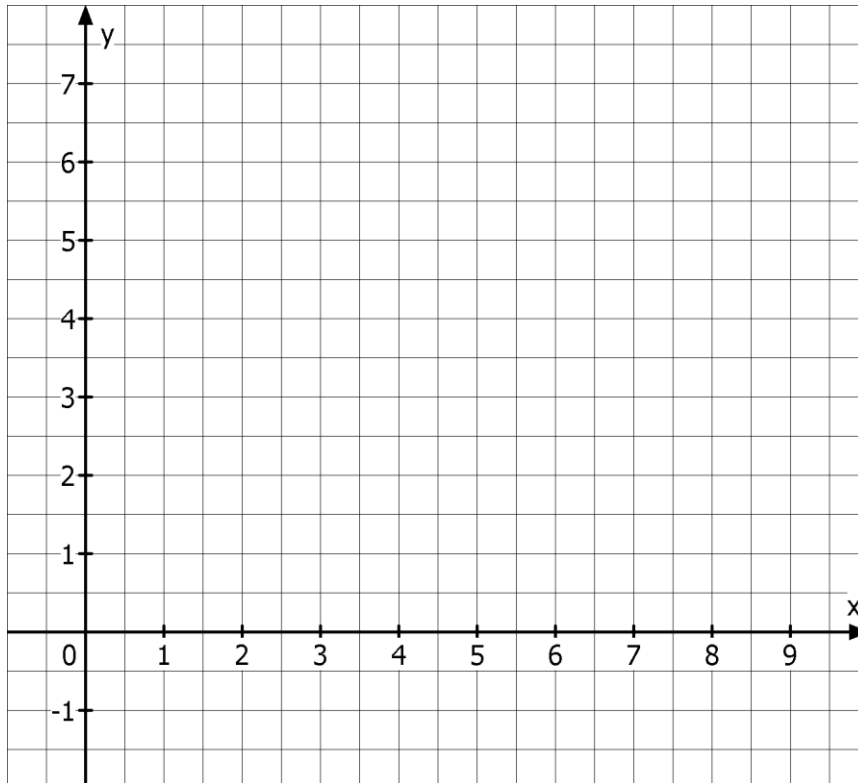
	Aufgabe				
1	Die Wahrscheinlichkeit, dass man höchstens zweimal würfeln muss, um mit einer Sechs das Spiel „Mensch ärgere dich nicht“ zu beginnen, beträgt	$2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$	$\frac{6}{36} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$
2	Der Preis für eine Hose wird um 20% reduziert. Sie kostet jetzt 64.- €. Vorher kostete sie	84.- €	80.- €	72.- €	51,20 €
3	Der dunkler gefärbte Flächenanteil beträgt ... 	$\frac{1}{6}$	25%	mehr als 30%	weniger als 10%
4	Finden Sie die falsche Angabe zur Raute (Rhombus).	Alle Seiten sind gleich lang.	Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.	Benachbarte Winkel ergänzen einander zu 90°.	Jeder Innenwinkel wird durch eine Diagonale halbiert.
5	0,00015 = ...	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$\frac{15}{10^5}$	$1,5 \cdot 10^4$	$15 \cdot 10^{-4}$
6	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{3} \cdot 3^x$ . $f(-2) = \dots$	3	$\frac{1}{9}$	$0,\bar{6}$	$\frac{1}{27}$
7	 Die Länge der Seite a beträgt ...	$\sqrt{125}$ cm	7,5 cm	$5 \cdot \sqrt{3}$ cm	5 cm
8	$6^x = \frac{1}{36}$ Eine Angabe ist richtig.	$x = \frac{\log(6)}{\log\left(\frac{1}{36}\right)}$	$x = \log_6(36)$	$x = 2$	$x = \frac{\log\left(\frac{1}{36}\right)}{\log(6)}$

## Aufgabe 2

Gegeben sind drei Geraden mit den folgenden Gleichungen.

$$g_1: y = 2x - 1 \qquad g_2: y = \frac{1}{8}x - 1 \qquad g_3: y = -x + 8$$

- Zeichnen Sie die drei Geraden in das Koordinatensystem ein.
- Die drei Geraden schneiden sich und schließen ein Dreieck ein.
  - Bestimmen Sie die Schnittpunkte der drei Geraden.
  - Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.



## Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems.

$$(I) \quad \frac{1}{3}x - 4y = 45$$

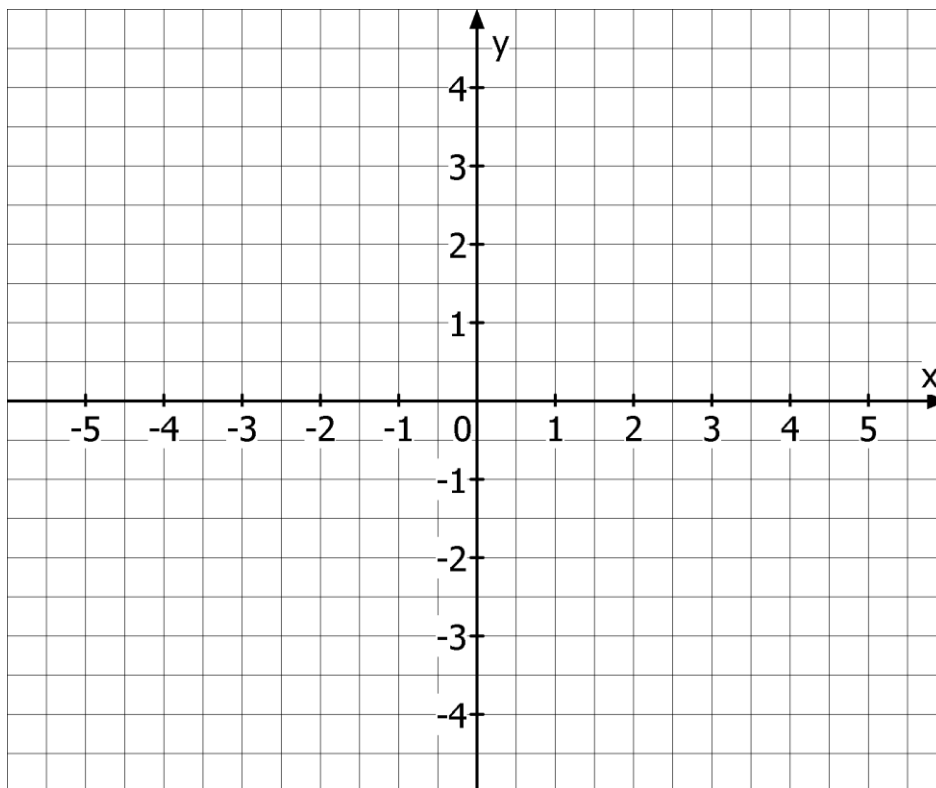
$$(II) \quad 4x - \frac{1}{3}y = -32$$

## 1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen; Terme

### Aufgabe 1

Gegeben ist die Gerade  $g_1$  mit der Gleichung  $y = -1,5x + 3$ .

- Zeichnen Sie die Gerade  $g_1$  in das Koordinatensystem ein.
- Spiegeln Sie die Gerade  $g_1$  an der  $x$ -Achse. Nennen Sie diese Gerade  $g_2$ .  
Spiegeln Sie die Gerade  $g_1$  an der  $y$ -Achse. Nennen Sie diese Gerade  $g_3$ .  
Spiegeln Sie die Gerade  $g_3$  an der  $x$ -Achse. Nennen Sie diese Gerade  $g_4$ .  
Geben Sie die Gleichungen der Geraden  $g_2$ ,  $g_3$  und  $g_4$  an.



- Die vier Geraden schließen eine Fläche ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt.
- Ermitteln Sie die Gleichung einer zu  $g_1$  parallelen Geraden  $g_1^*$ , die bei gleicher Vorgehensweise eine Fläche liefert, deren Flächeninhalt nur halb so groß ist wie die Fläche aus c.  
[ Kontrollergebnis:  $y = -1,5x + \sqrt{4,5}$  ]
- Florian behauptet: Der Umfang der Figur aus d. ist dann auch nur halb so groß. Überprüfen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Behauptung.
- Geben Sie den Namen der geometrischen Figur an, die jeweils durch die vier Geraden entsteht.

## Aufgabe 2

Marc und Jakob wohnen in Bensheim. Marc hat einen Ferienjob am Flughafen in Frankfurt (50 km), Jakob arbeitet in einem Hotel in Darmstadt (25 km). Beide fahren mit dem Auto zu ihrer jeweiligen Arbeitsstelle und benutzen dabei die Autobahn A5.



Marc beendet seine Nachtschicht um 6.00Uhr und macht sich sofort auf den Heimweg. Er fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 90 km/h.

Jakob beginnt seine Fahrt um 6.15 Uhr von zu Hause aus. Er fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 120 km/h.

<https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:>

- Stellen Sie die beiden Fahrten in einem gemeinsamen Koordinatensystem graphisch dar.
- Entnehmen Sie Ihrer graphischen Darstellung, ob sich Marc und Jakob auf der A5 begegnen. Wenn ja, geben Sie die – abgelesene - Uhrzeit an.
- Für die zurückgelegten Wegstrecken in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  gelten folgende Gleichungen:  
Marc:  $y = 1,5 \cdot t - 50$   
Jakob:  $y = -2 \cdot t + 30$ 
  - Erklären Sie die einzelnen Summanden der beiden Gleichungen im Sachzusammenhang.
  - Geben Sie eine sachbezogene Definitionsmenge an.
  - Überprüfen Sie, ob die beiden Gleichungen zu Ihrer graphischen Darstellung “passen”. (Sollten Sie keine Übereinstimmung erkennen, dann zeichnen Sie neu!)
- Berechnen Sie mit den Gleichungen aus c. die Uhrzeit der Begegnung der beiden Freunde und die Anzahl der jeweils gefahrenen Kilometer.
- Manchmal legt Marc nach 13 km einen kurzen Stopp (5 Minuten) an der Raststätte Gräfenhausen ein, um sich einen Kaffee zu kaufen. Das Bremsen und das Beschleunigen bei der Ein- und Ausfahrt sollen nicht berücksichtigt werden.
  - Zeichnen Sie auch diese Fahrt in Ihr Koordinatensystem ein.
  - Entnehmen Sie Ihrer Zeichnung, ob sich Marc und Jakob in diesem Fall begegnen.

## **2. Systeme linearer Gleichungen**

### Aufgabe 1

- Lösen Sie das LGS mit Hilfe eines Verfahrens Ihrer Wahl und machen Sie danach die Probe. Die Taschenrechnerlösung reicht nicht!

$$\text{I) } 10x - \frac{1}{2}y = 2 \cdot (x - y) + \frac{5}{2}$$

$$\text{II) } y + x = 3x + 2y$$

b. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Die Lösungsvariablen seien x und y, die Formvariable sei a.

$$\text{I) } \frac{1}{2}ax + y = 2a$$

$$\text{II) } 2ax + \frac{1}{2}y = 8a + 7$$

Welche Bedingung muss die Formvariable a erfüllen, damit das Gleichungssystem genau eine Lösung hat? Geben Sie diese Bedingung an.

### Aufgabe 2

Oliver will für seine Freunde ein dreigängiges Menü kochen. Für die Vorspeise, das Hauptgericht und den Nachtisch veranschlagt er 15.- €. Die Vorspeise und der Nachtisch kosten zusammen so viel wie das Hauptgericht. Der Nachtisch ist halb so teuer wie die Vorspeise.

Berechnen Sie die Kosten für die einzelnen Gänge des Menüs. Schreiben Sie alle Ansätze auf, auch wenn Sie die Lösung durch Probieren gefunden haben.

### 3. Reelle Zahlen

#### Aufgabe 1

a. Vereinfachen Sie die Terme.

$$1. \quad ab \cdot \sqrt{ab} \cdot \frac{\sqrt{a^3b^3}}{\sqrt{(a^2b)^5}} =$$

$$2. \quad \frac{\sqrt{256c^3}}{\sqrt{\frac{1}{16}c}} =$$

b. Machen Sie den Nenner rational. Schreiben Sie alle Umformungen auf.

$$1. \quad \frac{3 \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{21}} =$$

$$2. \quad \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}} =$$

#### Aufgabe 2

Lösen Sie die beiden Gleichungen und machen Sie die Probe. Geben Sie danach die Lösungsmenge an.

$$\text{a. } \frac{1}{2}x + 3 = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 9}$$

$$\text{b. } \frac{x-2}{x+4} = \frac{1}{32} \cdot (x+4)$$

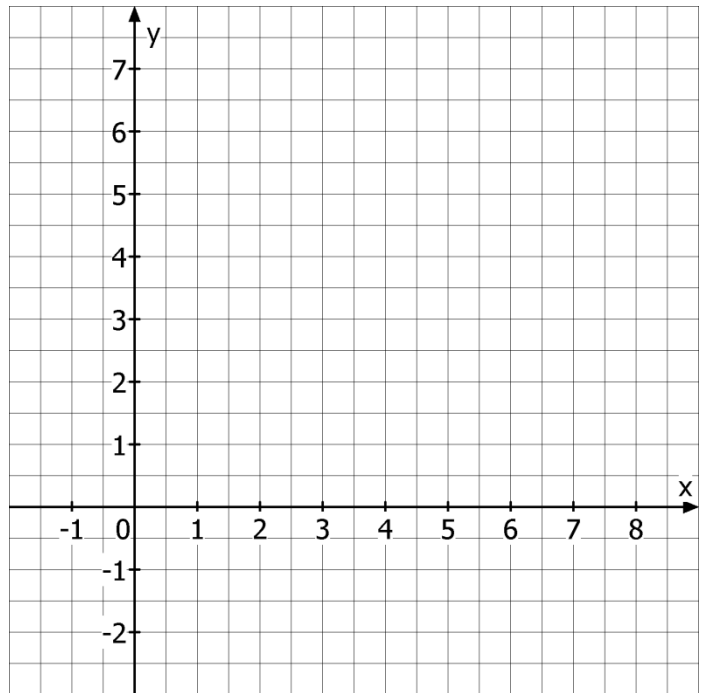
#### 4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

##### Aufgabe 1

Gegeben sind die Parabeln  $p_a$  mit der Funktionsgleichung

$$p_a(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + a \quad ; \quad a \in \mathbb{R}$$

- Zeichnen Sie die Parabel für  $a = \frac{5}{2}$  in das Koordinatensystem ein.
- Bestimmen Sie für die gezeichnete Parabel die Schnittpunkte mit der x-Achse und die Koordinaten des Scheitelpunkts rechnerisch.



- Die Parabeln  $p_a$  können die x-Achse in keinem Punkt, in genau einem Punkt oder in zwei Punkten schneiden. Ermitteln Sie die Anzahl der Schnittpunkte in Abhängigkeit von  $a$ . Zeichnen Sie die Parabel, die die x-Achse in genau einem Punkt schneidet, in das Koordinatensystem ein.
- Die Parabeln  $p_a$  sollen an der x-Achse gespiegelt werden. Geben Sie auch hier die Bedingungen für die mögliche Anzahl der Schnittpunkte in Abhängigkeit von  $a$  an.

##### Aufgabe 2

Quadratische Gleichungen können wir mit Hilfe der quadratischen Ergänzung, mit der pq-Formel oder mit der abc-Formel lösen.

**abc-Formel:**  $ax^2 + bx + c = 0$

$x_{1/2} =$
-------------

**pq-Formel:**  $x^2 + px + q = 0$

$x_{1/2} =$
-------------

Lösen Sie die Gleichung ohne TR:  $2x^2 + 13x - 7 = 0$

### Aufgabe 3

Ein landwirtschaftlicher Betrieb plant ein neues Gewächshaus, dessen Querschnittsfläche durch eine Parabel festgelegt wird. Das Gewächshaus soll am Boden 8 m breit sein, die Scheitelhöhe soll 5 m betragen. Die Gesamtlänge beträgt 25 m.



Foto: <https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images>

- Bestimmen Sie eine mögliche Gleichung dieser Parabel. Zeichnen Sie die Parabel in ein Koordinatensystem ein.
- Das Gewächshaus soll mit einer 3 m hohen Erntemaschine befahren werden. Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Bodenfläche, der ohne Erntemaschine bearbeitet werden muss.
- Prüfen Sie, ob es sich lohnt, die Parabelform durch eine teurere Halbkreisform mit gleicher Breite am Boden zu ersetzen. Zeichnen Sie den Halbkreis  $k$  mit der Gleichung  $k(x) = \sqrt{16 - x^2}$  in das Koordinatensystem aus a ein. (Zum Zeichnen dürfen Sie gerne einen Zirkel benutzen!)

### 5. Potenzen

1. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

a.  $1,2 \cdot 4^7 - 2,4 \cdot 4^7$

b.  $1,5^5 \cdot 1,5^5$

c.  $(0,27^{-3})^{-\frac{1}{3}}$

d.  $(a^{a+b})^{b-a}$

e.  $(ab)^{2x-5} : (ab)^{5-2x}$

f.  $\frac{81^x}{9^{2x}}$

2. Berechnen Sie den Wert des Terms mit dem Taschenrechner und geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung an. Runden Sie dabei auf 2 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{700,2 - 3 \cdot (\sqrt[3]{3} + \sqrt{3})^{-1,5} - \frac{1}{2} \cdot 10,5^2}{(\sqrt{20} - 5)^2 - 6}$$

### 6. Potenzfunktionen

#### Aufgabe 1

Gegeben sind die Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ .

$$f_1 : x \mapsto \frac{x+1}{x}$$

und

$$f_2 : x \mapsto \frac{x-1}{x}$$



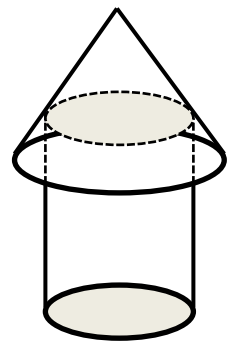
- Geben Sie für beide Funktionen jeweils die maximale Definitions- und Wertemenge an. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $f_1$ . Beschreiben Sie, wie man den Graphen der Funktion  $f_2$  ausgehend vom Graphen der Funktion  $f_1$  erhalten kann.
- Untersuchen Sie die Schaubilder im Hinblick auf horizontale und vertikale Asymptoten. Falls Asymptoten vorhanden sind, geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.
- Zeigen Sie rechnerisch: Die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $y = x + 1$  schneidet den Graphen der Funktion  $f_1$  in zwei Punkten.

## 7. Flächen- und Körperberechnungen

### Aufgabe 1

Gegeben ist ein Zylinder mit aufgesetztem Kegeldach.

Seitenkante des Kegels:  $s = 1,5 \text{ m}$   
 Radius des Kegels:  $r_K = 1 \text{ m}$   
 Radius des Zylinders:  $r_Z = 0,8 \text{ m}$   
 Höhe des Zylinders:  $h_Z = 1,5 \text{ m}$



- Berechnen Sie die Gesamthöhe des Körpers.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Kegelmantels und den Flächeninhalt des inneren „überstehenden“ Teils des Kegelmantels.

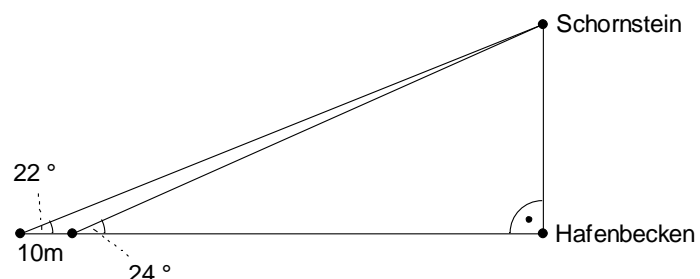
[Ein Weingut nutzt einen solchen Körper zu Werbezwecken. Allerdings ist bei genauerer Betrachtung kein Kegeldach aufgesetzt, sondern eine regelmäßige Achteckspyramide. Hierzu können Sie sich selbst eine Aufgabe überlegen.]



## 8. Trigonometrie

### Aufgabe 1

Felix sieht im Urlaub (Jamaica) ein Kreuzfahrtschiff im Hafen liegen. Er möchte gerne wissen, wie hoch das Schiff bis zur Schornsteinspitze aus dem Wasser ragt. Dazu kann er die in der Planskizze dargestellten Messungen vornehmen.

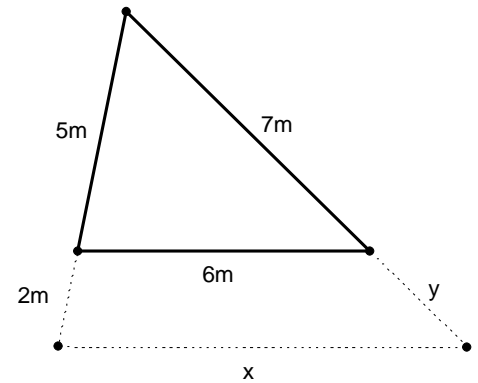


Berechnen Sie die Höhe des Schornsteins über dem Hafenbecken.

## Aufgabe 2

Eine Firma bietet Sonnensegel wie in der Abbildung in zwei Größen an.

- Berechnen Sie die Größe der Innenwinkel des Sonnensegels.
- Berechnen Sie die Länge der Strecken  $x$  und  $y$ .



## Aufgabe 3

Gegeben sind die Funktionen  $f_1$  mit  $f_1(x) = a \cdot \sin(x-b)+c$  und  $f_2$  mit  $f_2(x) = d \cdot \cos(e-x)+f$ .

- Im unten stehenden Koordinatensystem sind zwei Graphen zu den Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  gezeichnet.  
Geben Sie zwei mögliche Funktionsgleichungen an.
- Geben Sie die Nullstellen der beiden Funktionen im Zeichenbereich an.  
(Angabe der Nullstellen als Vielfache von  $\pi$ )

