Fachberatung Mathematik
Hilde Zirkler
Goethe-Gymnasium Bensheim Bensheim, im Juli 2016

Übergang Klasse 10/E1 (G9) und Klasse 9/E1 (G8)
**Mathematik**

Übungsaufgaben zum Mittelstufenstoff im Fach Mathematik

a. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen
b. Systeme linearer Gleichungen
c. Reelle Zahlen
d. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen
e. Potenzen
f. Potenzfunktionen
g. Flächen- und Körperberechnungen
h. Trigonometrie

Lernhilfen

- Die eingeführten Mathematikbücher der Klassen 7, 8, 9 (und 10)
  Alle anderen Schulbücher zu diesen Klassenstufen ( z.B. aus den Verlagen Klett, Schroedel, Cornelsen, bsv, … )
- Lernhilfen der Verlage ( z.B. Training Mathematik aus dem Klett Verlag, Trainingshefte von Schroedel, Cornelsen, Nachschlagewerke von Duden-Paetec, … )
- Formelsammlungen Mathematik ( z.B. Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ – Formelsammlung für die Sekundarstufen I und II für die Fächer Mathematik, Informatik, Astronomie, Physik, Chemie, Biologie aus dem Cornelsen Verlag; das entsprechende Werk aus dem Verlag Duden-Paetec; Formelsammlungen Mathematik von Duden, Schroedel, Klett, … )
- Übungsaufgaben und Tests der vergangenen Jahre bei www.mathe-fachberater.de

Termine

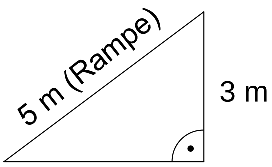
1. Bearbeitung der Aufgaben bis zum 23. September 2016
2. Bekanntgabe der Lösungen ab 23. September 2016 durch die Fachlehrer
   (auch bei: www.mathe-fachberater.de)
3. Vorläufiger Termin für den Test: Freitag, 30. September 2016, 3./4. Stunde

Teil A (ohne Verwendung von Hilfsmitteln)

---

<u>Aufgabe 1</u>

Von den angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Markieren Sie die richtige Lösung.

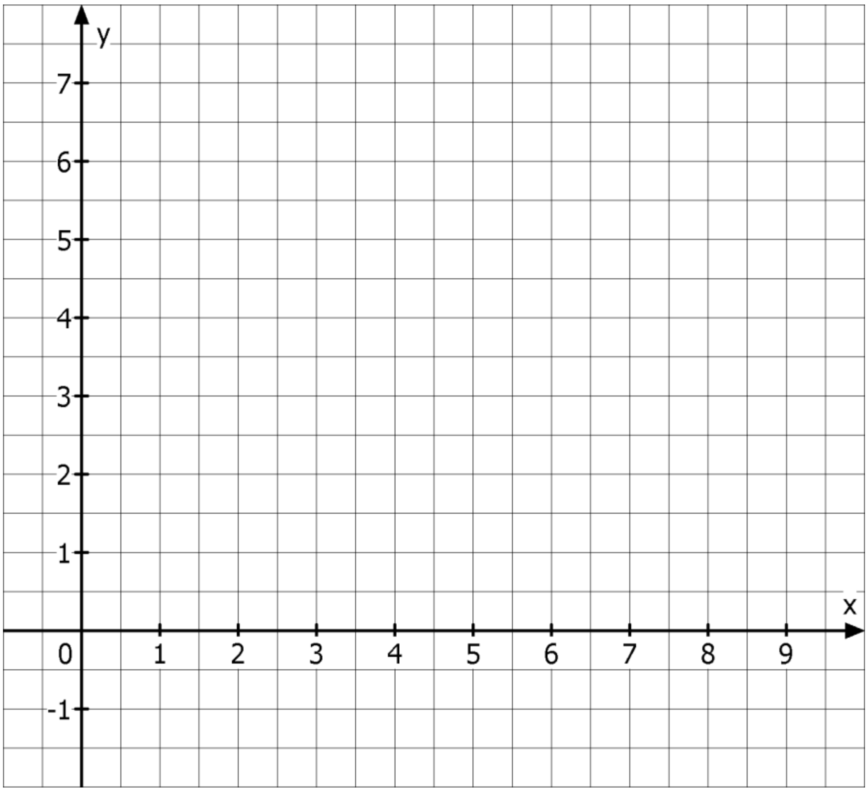
| | Aufgabe | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | In einem Geldbeutel befinden 20 Münzen (1€-Münzen und 2€-Münzen).Die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer 1€-Münze beträgt 60%. Im Geldbeutel befinden sich | 12 2€-Münzen | 6 1€-Münzen | 8 1€-Münzen | 12 1€-Münzen |
| 2 | 80% von 3 $m^3$ Wasser sind | 240 Liter | 24 000 $cm^3$ | 0,240 $m^3$ | 2 400 Liter |
| 3 | Der Preis eines Kleides wird von 112 € auf 84 € reduziert. Das entspricht einer Reduzierung um | $\frac{1}{6}$ | 2,5 % | $\frac{28}{112}$ | $33\frac{1}{3}$ % |
| 4 | Eine richtige Aussage zu einem Parallelogramm ist: | Alle Seiten sind gleich lang. | Für den Flächeninhalt gilt: $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$ | Benachbarte Winkel ergänzen einander zu 180°. | Jeder Innenwinkel wird durch eine Diagonale halbiert. |
| 5 | Der Term $\frac{x^3 - 27}{0{,}5x + 3}$ ist nicht definiert für | x = 3 | x= – 6 | x = –3 | x = 0 |
| 6 | Die Punkte P(1\|1) und Q(3\|3) haben den Abstand | 2 LE | 4 LE | $2\sqrt{2}$ LE | $\sqrt{3} + \sqrt{1}$ LE |
| 7 |   Die Steigung der Rampe beträgt | 70 % | 75 % | 80 % | 90 % |
| 8 | $f(x) = \frac{16 - x^2}{4}$ Eine Aussage ist richtig. | Der Graph von f ist eine Hyperbel. | Für x = 4 ist die Funktion f nicht definiert. | x = 4 und x = – 4 sind Nullstellen von f. | Die maximale Wertemenge von f ist $W_f = \mathbb{R}$ . |

Aufgabe 2

Gegeben sind die Geraden g und h mit den folgenden Gleichungen.
g : $y = -2x + 6$ h : $y = x$

a. Zeichnen Sie die Geraden in das Koordinatensystem ein.

b. Die Gerade g schließt mit den beiden Achsen ein Dreieck ein.
Zeigen Sie, dass die Gerade h dieses Dreieck im Verhältnis 2:1 teilt.




Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems.

(I) $2x - 3y = 34$

(II) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = 5$

Teil B (mit Verwendung von Hilfsmitteln)

## 1. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen

Aufgabe 1

A(1|3) und B(3|6) sind Punkte der Geraden g.

C(4|3) ist ein Punkt der Geraden h. Die Steigung der Geraden h beträgt $-\frac{3}{4}$.

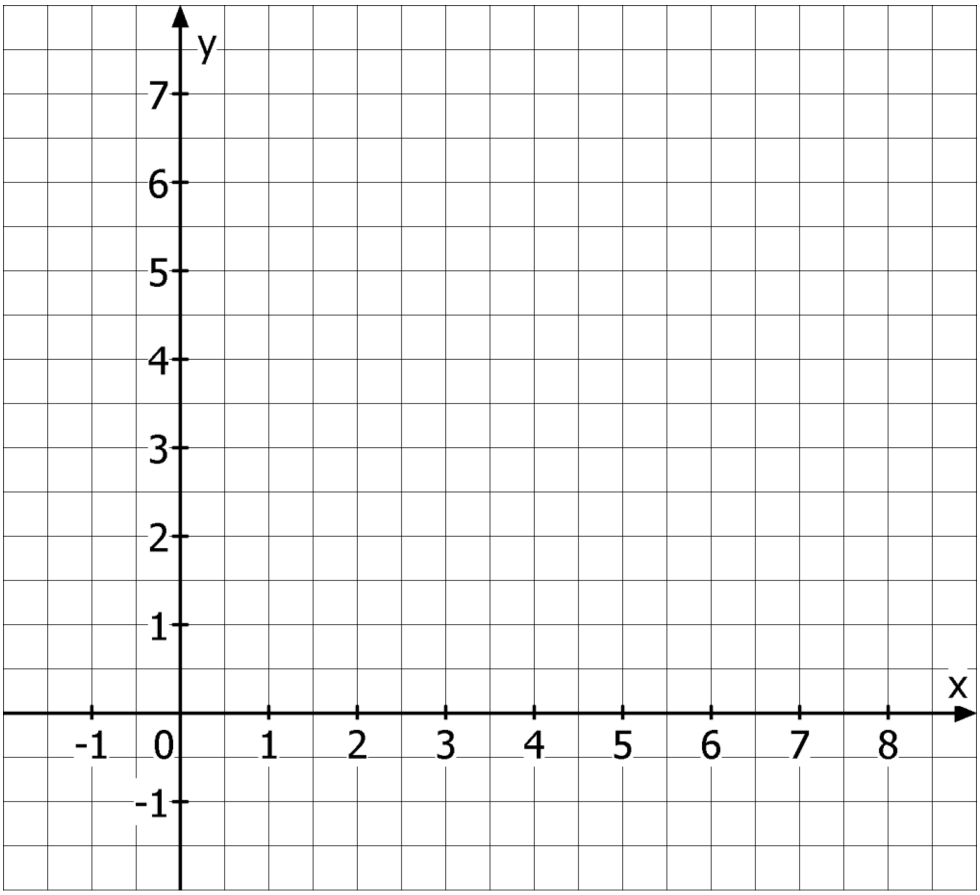
a. Zeichnen Sie die Geraden g und h in das Koordinatensystem ein.

b. Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung für die Geraden g und h.

c. Die Geraden g und h schneiden sich. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts.

d. Die Geraden g und h bilden mit der x-Achse ein Dreieck.
Bestimmen Sie die Innenwinkel des Dreiecks.

e. Zeigen Sie: Es gibt einen Wert für a, so dass der Punkt P(a|9) auf der Geraden h liegt.



Aufgabe 2

Die Klassenkameraden Kira und Pitt treffen sich an der Bushaltestelle und stellen fest, dass der Schulbus ohne sie abgefahren ist.
Kira holt tief Luft und macht sich zu Fuß auf den 4 km langen Weg zur Schule. Dort kommt sie 40 Minuten später an.
Pitt läuft lieber langsam 500 Meter zurück nach Hause, um von dort aus mit dem Fahrrad zu fahren. Für den Weg nach Hause benötigt er 10 Minuten, die Schule erreicht er dann in 15 Minuten.

a. Stellen Sie die beiden Schulwege (ab der Bushaltestelle) in einem gemeinsamen Koordinatensystem graphisch dar.

b. Entnehmen Sie Ihrer graphischen Darstellung, ob Pitt seine Klassenkameradin Kira unterwegs überholt. Wenn ja, geben Sie die – abgelesene - Zeit an.

c. Zeigen Sie: Für die zurückgelegten Wegstrecken in Abhängigkeit von der Zeit t gelten folgende Gleichungen:

   Kira: $y = 0{,}1 \cdot t$

   Pitt: $y = 0{,}3 \cdot t - 3{,}5$

   - Geben Sie eine sachbezogene Definitionsmenge an.
   - Überprüfen Sie, ob die beiden Gleichungen zu Ihrer graphischen Darstellung “passen“. (Sollten Sie keine Übereinstimmung erkennen, dann zeichnen Sie neu!)

d. Berechnen Sie mithilfe der angegebenen Gleichungen, nach wie vielen Minuten Pitt seine Klassenkameradin Kira überholt.

## 2. Systeme linearer Gleichungen

Aufgabe 1

a. Lösen Sie das LGS mit Hilfe eines Verfahrens Ihrer Wahl und machen Sie danach die Probe. Die Taschenrechnerlösung reicht nicht!

$$\text{I)} \quad \frac{1}{2}x - 5y = 2 \cdot \left(x + \frac{3}{2}y\right) + 1$$

$$\text{II)} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 4$$

b. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Die Lösungsvariablen seien x und y, die Formvariable sei a.

$$\text{I)} \quad x + \frac{1}{3}ay = a$$
$$\text{II)} \quad x + ay = 3a - 1$$

Welche Bedingung muss die Formvariable a erfüllen, damit das Gleichungssystem genau eine Lösung hat? Geben Sie diese Bedingung an.

Aufgabe 2

Leo plant eine 14-tägige Abenteuerreise in die peruanischen Anden. Dort will er sich ein Motorrad mieten und in einfachen Unterkünften übernachten. Das Flugticket, das Mietmotorrad und die Unterkünfte mit Verpflegung kosten zusammen $2\,660$ €. Unterkunft und Verpflegung sind dabei nur halb so teuer wie das Flugticket. Das Flugticket kostet 140 € mehr als die Motorradmiete.

Berechnen Sie die Kosten für das Flugticket und die Tageskosten für die Unterkünfte mit Verpflegung und das Motorrad.

**https://encrypted-tbn1.gstatic.com/image 1**

## 3. Reelle Zahlen

Aufgabe 1

a. Vereinfachen Sie die Terme.

1. $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{\dfrac{a^2 - 2ab + b^2}{a-b}} =$

2. $\dfrac{\sqrt{625\,a^3}}{\sqrt{\dfrac{1}{25}a}} =$

b. Machen Sie den Nenner rational. Schreiben Sie alle Umformungen auf.

1. $\dfrac{\sqrt{169}}{13\sqrt{3}} =$

2. $\dfrac{a+1}{\sqrt{a+1}} =$

Aufgabe 2

Lösen Sie die beiden Gleichungen und machen Sie die Probe.
Geben Sie danach die Lösungsmenge an.

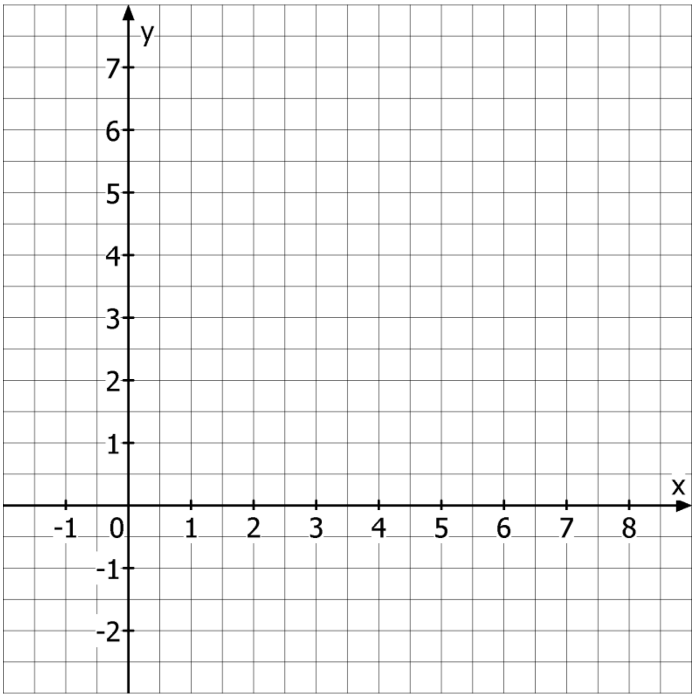
a. $\sqrt{x+5} = \dfrac{1}{2}x - 5$

b. $\dfrac{x}{x-5} = x - 8$

## 4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

Gegeben ist die Parabel p mit der Gleichung $y = -x^2 + 8x - 12$.




a. Zeichnen Sie die Parabel in das Koordinatensystem ein.

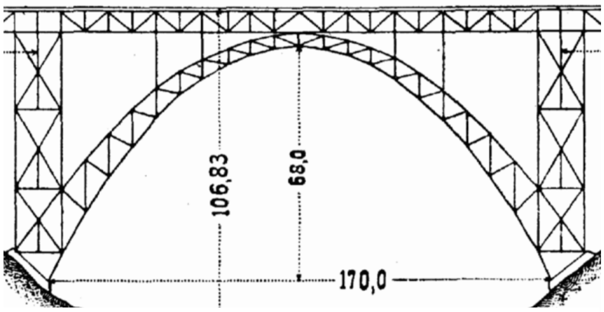
b. Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x- Achse und die Koordinaten des Scheitelpunkts rechnerisch.

c. Die Parabel p und die Gerade g mit der Gleichung y = a können keinen gemeinsamen Punkt, einen gemeinsamen Punkt oder zwei gemeinsame Punkte haben. Ermitteln Sie die Anzahl der Schnittpunkte in Abhängigkeit von a rechnerisch.

d. Die Gerade h mit der Gleichung $y = c \cdot x$ schneidet die Parabel p im Punkt P(3|3). Bestimmen Sie den zweiten Schnittpunkt rechnerisch.

Aufgabe 2

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/1/16/Muengsten.jpg/450px-Muengsten.jpg




commons/thumb/8/85/L-Bruecke-Wupper.png/330px-L-Bruecke-Wupper.png

a. Bestimmen Sie eine Gleichung des unteren Parabelbogens dieser Brücke.
Zeichnen Sie die Parabel in ein Koordinatensystem ein.
[Kontrollergebnis: $y = -\frac{4}{425}x^2 + 68$]

b. Prüfen Sie, ob ein Sportflugzeug mit der Spannweite 10 m in 60 m Höhe (bezogen auf den Parabelbogen) sicher unter dem Brückenbogen durchfliegen könnte.

c. Für eine Veranstaltung soll ein 144 $m^2$ großes quadratisches Werbeplakat am unteren Parabelbogen befestigt werden.
Berechnen Sie die Höhe, in der das Plakat angebracht werden muss.

d. Beschreiben Sie eine weitere Möglichkeit, das Koordinatensystem zu positionieren und geben Sie eine Gleichung dazu an.

## 5. Potenzen

1. Berechnen bzw. vereinfachen Sie. Wenden Sie die Potenzgesetze an.

a. $2{,}2 \cdot 3^7 + 2{,}8 \cdot 3^7$

b. $0{,}4^4 \cdot 0{,}4^4$

c. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{-8}$

d. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{1-a}\right]^{a+1}$

e. $(ab)^{3x+1} : (ab)^{1+2x}$

f. $\frac{625^{x+1}}{5^{4x}}$

2. Berechnen Sie den Wert des Terms mit dem Taschenrechner und geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung an.
Runden Sie dabei auf 2 Stellen nach dem Komma.

$$\frac{1200 - 4 \cdot \left(\sqrt[5]{500} - \sqrt{2}\right)^{-0{,}5} - \frac{1}{3} \cdot 6{,}5^2}{2 \cdot \left(\sqrt{10} - 1\right)^2}$$

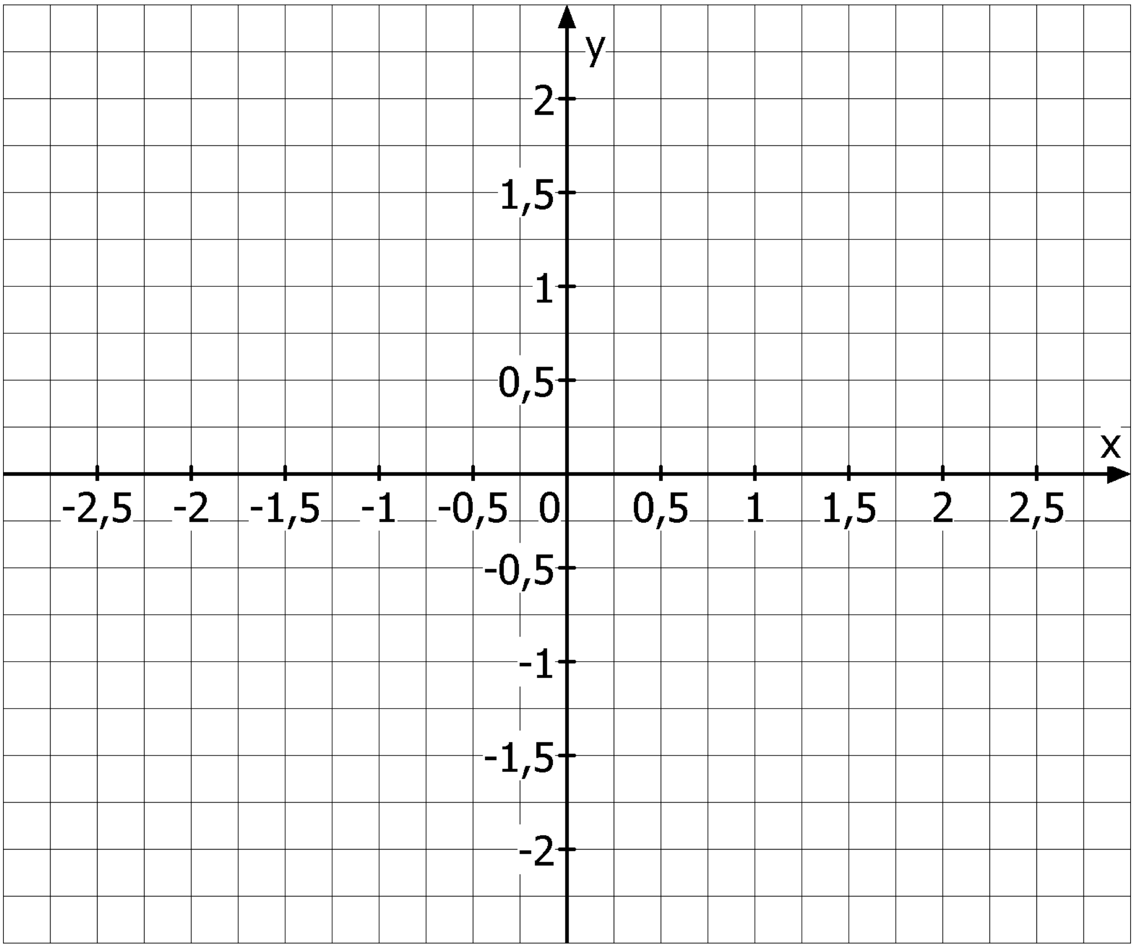
## 6. Potenzfunktionen

Aufgabe 1

Gegeben sind die Funktionen $f_1$ und $f_2$.

$f_1 : \quad x \mapsto \dfrac{x^3}{2}$ und $f_2 : \quad x \mapsto \dfrac{1}{2x}$

a. Geben Sie für beide Funktionen jeweils die maximale Definitions- und Wertemenge an.
Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in das Koordinatensystem ein.




b. Untersuchen Sie die Schaubilder im Hinblick auf horizontale und vertikale Asymptoten.
Falls Asymptoten vorhanden sind, geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.

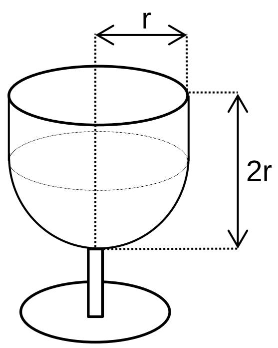
c. Zeigen Sie rechnerisch: Die beiden Graphen haben zwei Schnittpunkte.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte.

d. Begründen Sie: Die Gerade durch die beiden Schnittpunkte ist eine Ursprungsgerade.

## 7. Flächen- und Körperberechnungen

Aufgabe 1

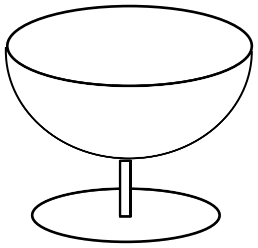
Das abgebildete Glas besteht aus einer Halbkugel mit aufgesetztem Zylinder.



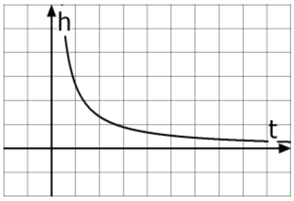

a. Bestimmen Sie das Verhältnis $\frac{V_{Halbkugel}}{V_{Zylinder}}$.

b. Thomas füllt $250\ cm^3$ Wasser in ein Glas mit r = 4 cm.
Berechnen Sie die Füllhöhe.

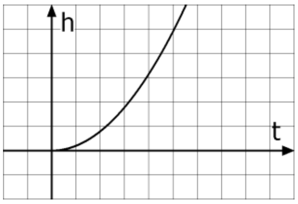
c. Thomas füllt dann ein halbkugelförmiges Glas gleichmäßig mit Wasser.



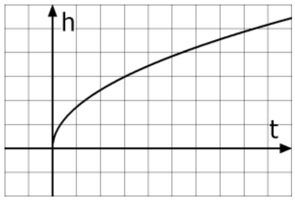
Entscheiden Sie, welcher der drei Graphen am besten zeigt, wie sich die Füllhöhe h in Abhängigkeit von der Zeit ändert.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Graph 1



Graph 2

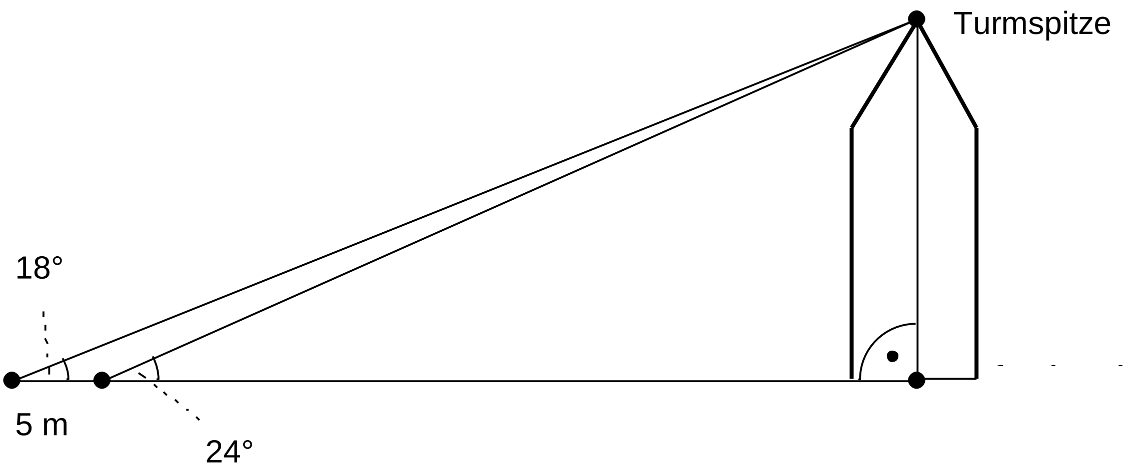


Graph 3

## 8. Trigonometrie

Aufgabe 1

Lilli möchte die Höhe eines kleinen Turms bestimmen. Dazu kann sie die in der Planskizze dargestellten Messungen vornehmen.
Berechnen Sie die Turmhöhe.



Aufgabe 2

Drei Segelschiffe befinden sich in den angegebenen Positionen.

a. Berechnen Sie die Längen der Strecken x und y.

b. Bestimmen Sie die Innenwinkel und die Flächeninhalte der beiden Dreiecke.